

# Modelo de deformación horizontal GPS de la región sur de la Península Ibérica y norte de África (SPINA)

Belén Rosado Moscoso, Alberto Fernández-Ros, Andrés Jiménez Jiménez  
y Manuel Berrocoso Domínguez

Laboratorio de Astronomía, Geodesia y Cartografía, Departamento de Matemáticas,  
Facultad de Ciencias, Universidad de Cádiz, 11510 Puerto Real, Cádiz, España.

belen.rosado@uca.es  
alberto.fernandez@uca.es  
andres.jimenez@uca.es  
manuel.berrocoso@uca.es

## RESUMEN

El Sistema Global de Navegación por Satélite (GNSS), y, en particular, el Sistema Global de Posicionamiento (GPS) proporcionan una importante herramienta en el estudio de los procesos geodinámicos. Como consecuencia de estos estudios, es posible analizar la interacción entre las placas tectónicas con el fin de evaluar y establecer las características de sus límites.

Este trabajo se centra principalmente, en el análisis de series temporales obtenidas a partir de observaciones de los satélites GNSS-GPS en estaciones geodésicas permanentes ubicadas en la región sur de la Península Ibérica y norte de África. Cada sesión de observación GPS proporciona coordenadas geodésicas topocéntricas (este, norte, elevación) de las estaciones permanentes que constituyen la red geodésica establecida al efecto. El análisis de estas series temporales proporciona la velocidad de desplazamiento de cada estación. El campo de velocidades constituye el modelo de deformación que representa la actividad geodinámica de la zona.

Las series en estudio han sido procesadas mediante técnicas de posicionamiento relativo con respecto a la estación de referencia IGS (International GNSS Service) situada en Villafranca. Estas series temporales se han analizado siguiendo una metodología basada en procesos de filtrado, análisis de armónicos y análisis wavelet. Finalmente, se ha obtenido el modelo de deformación horizontal con el objeto de reflejar las principales características geodinámicas de la región estudiada.

Palabras clave: análisis wavelet, deformación, geodinámica, serie temporal, tectónica activa

## ***GPS horizontal deformation model in the southern region of the Iberian Peninsula and northern Africa (SPINA)***

### ABSTRACT

*Global Navigation Satellite System (GNSS), and in particular Global Positioning System (GPS) technology provides a powerful tool for studying geodynamic processes. As a consequence of GPS studies, it is now possible to analyze the interaction between tectonic plates in order to evaluate and establish the characteristics of their boundaries.*

*In this study, our main interest is to focus on the time series analysis obtained from observations of GNSS-GPS satellites. Each GPS observation session provides topocentric geodetic coordinates (east, north, elevation) of the permanent stations that constitute the geodetic network established for this purpose.*

*This paper shows a detailed topocentric coordinate time-series study for sites belonging to what we call the SPINA network, which stands for south of the Iberian Peninsula, north of Africa region. The series under study are processed by techniques of relative positioning with respect to the IGS (International GNSS*

*Service) reference station located in Villafranca. These time series have been analyzed using filter processes, harmonic adjustments and wavelets. A surface velocity field is derived from the time series of daily solutions for each station, whose observations span 8 years or longer. This allows us to obtain a horizontal displacement model to show the regional geodynamic main characteristics.*

*Keywords: deformation, geodynamic, active tectonic, time series, wavelet analysis*

## ABRIDGED ENGLISH VERSION

### Introduction

*The Global Positioning System (GPS) is widely used to study many geoscience problems such as the determination of the motion of the Earth's tectonic plates and volcanic monitoring. During the last decade a number of continuous processing systems for observations taken by GPS networks have been implemented worldwide (Fernandes et al., 2003; Fernandes, 2004; Kulkarni et al., 2006; Mancilla et al., 2013; Takahashi, 2011; Valdés et al., 2012).*

*In this study, the analyzed GPS data correspond to 60 continuously recording GPS (CGPS) stations located in the southern region of the Iberian Peninsula and northern Africa. The main goal is to present a detailed topocentric coordinate time-series study for these sites.*

*The methods used in this paper for CGPS coordinate time-series analysis is based on wavelet analysis, once the coordinate time series are cleaned for outliers and periods of bad data are identified and removed (Fuller, 1996; Hamilton, 1994; Ostini, 2012). Then, the wavelet transform was used for the GPS time series to separate the noise of the signal, in order to decrease the scattering and to remove the detected periodicities (Percival and Walden, 2000; Ramírez, 2006). Then a model based on harmonic analysis, is applied to evaluate the displacement in the area of study from the surveyed stations, in order to better understand the pattern of its behaviour (Owen, 2001; Teferle, 2003; Wang et al., 2012; Zhang et al., 1997). Finally we compare the results obtained from our final solutions and results provided by geodetic and geophysical models.*

### Site description

*We have analyzed data from 60 continuously recording GPS (CGPS) stations located in the southern region of the Iberian Peninsula and northern Africa.*

*The CGPS stations are included in some different organizations: the Portuguese RENEP: Rede Nacional de Estações Permanentes (for the National Continuous Network), the Andalusian RAP: Red Andaluza de Posicionamiento (for the Andalusian Positioning Network), the Murcia Region CGPS Networks, and the Valencia Region ERVA: Red Estaciones de Referencia de Valencia (for the Valencian Reference Stations Network). Some other CGPSs included in IGS and EUREF were analyzed to be used as fiducial points to determine velocities with respect to ITRF as well as to the stable Eurasian Plate.*

*Figure 1 shows the location of each CGPS station. Different colours are used for different networks.*

*We used position time series derived from daily observations, processed positioning with respect to the IGS station located in Villafranca, VILL (40°15'N, 3°34'W), in Madrid, to get site displacements.*

*The time-series span started at the beginning of 2005 and finished at the end of 2014. For those sites installed after 2005, we built the longest time series available, which we called SPINA (south of the Iberian Peninsula and north Africa) for this set of CGPS.*

### Wavelet analysis

*Over the years, Fourier analysis has been the main tool for signal processing. The Fourier transform is reversible in the sense, that under certain conditions, it lets us move from the study in the time domain to one in the frequency domain, although studying both domains simultaneously is not possible, as the Heisenberg principle asserts. In fact, the Fourier transform informs about the frequencial components in the signal, but does not show when they occur.*

*The wavelet technique permits us to study the signal at different resolutions to improve the search of different frequencies. The wavelet transform decomposes a signal using functions (wavelets) well localized in both physical space (time) and spectral space (frequency), generated from each other by translation*

and dilation. It is well suited for analyzing the temporal evolution of periodic and transient signals (Fig. 2) (Burrus et al., 1998; Kumar et al., 2002; Shirzaeia et al., 2013).

Wavelet continuous transform tries to express a signal  $x(t)$  continuous in time, by an expansion of proportional coefficients to the inner product between the signal and different scaled and translated versions of a function prototype  $\psi$ , equation 1 (Foster, 1996; Ramírez et al., 2005). This function, known as mother wavelet or wavelet function provides a decomposition of the data in the time-frequency plane along successive scales. This time-frequency transformation depends on two parameters, the scale parameters  $a$ , which is related to the frequency, and the time parameter  $b$ , related to the translation of function  $\psi$  in the time domain.

The objective of wavelet analysis is to define these powerful wavelet basis functions and find efficient methods for their computation. It can be shown that every application using the Fast Fourier Transform (FFT) can be formulated using wavelets to provide more localized temporal (or spatial) and frequency information. Thus, instead of a frequency spectrum, for example, one gets a wavelet spectrum. In signal processing, wavelets are very useful for processing nonstationary signals.

In this study, we have applied the wavelet transform on the CGPS position time series to separate the noise of the signal, in order to provide useful information for further geodynamic interpretations.

### **Armonic analysis**

A complete time-series analysis, in order to get a more accurate velocity field, is made by using algorithm 9 (Kierulf et al., 2008; Williams, 2003). Time series jumps magnitudes due to CGPS station configuration changes as well as Reference Frame discontinuities were corrected by using the Heaviside function. Seasonal effects were also derived, by calculating annual and semiannual signals with the harmonic functions. Simultaneously, refined values for linear trends and offsets were obtained. Thus, it is feasible to identify the trend with the site linear velocity.

### **Displacement of GPS stations**

The data for all the stations have been processed by the scientific BERNESE v5.0 GPS software, developed by the Astronomy Institute of the University of Bern, Switzerland (Dach et al., 2011).

Figures 4 and 5 show daily position time series for the SEVI CGPS station for 2-sigma filter, shown as a blue line. In Figure 4 the time series have been obtained by processed positioning with respect to the VILL station and Figure 5 presents the time series obtained by PPP processing (Precise Point Positioning, Dow et al., 2009), using the Bernese software.

For both figures wavelet analysis was applied, which is shown as a red line. We have also taken into account the estimated displacement rate obtained by harmonic analysis. Green lines indicate the ITRF frame discontinuity.

The main result of this study is shown in Figures 6 and 7, where horizontal surface deformation velocity is presented. Figure 6 shows horizontal displacement rates at GPS sites in the south of the Iberian Peninsula and north Africa, estimated from GPS time-series data (January 2005 to January 2014). Figure 7 presents the GPS site velocities with respect to the IGS reference station located in Villafranca VILL. All GPS solutions are realized in the ITRF 2008 global reference frame.

### **Cluster analysis**

Finally, cluster analysis has been applied to detect groups of stations with similar behaviour. We have used this statistical model to look for new tools which allow us to identify displacement models even if we do not have a complete view of the regional geology. In such a way we can interact with geologists to look for causes to justify particular behaviour (Chattopadhyay et al., 2013; Kaufman and Rousseeuw, 1990).

These techniques have been used as a complement of the known geological data, such as the boundaries of tectonic plates, which can be used to support the validity of those limits and also to detect and correct inconsistencies. The Lorca station has been excluded from this analysis because of its particular displacing model due to the 2011 Lorca earthquake (González et al., 2012).

Figure 8 presents geographical representation of the stations classified by similar behaviours in their coordinate variations. Figure 9 shows seismotectonic scheme for the Iberia-Africa region, in order to compare the results obtained from our final solutions and results provided by geological models. This figure is taken from Buforn et al. 2004. We have marked the four stations blocks in red, the Cadiz-Alicante Fault (Sanz de Galeano, 2008) is shown as a blue line and stations located in this area are shown in green.

### **Discussion and conclusions**

*In this study, a CGPS coordinate time-series analysis strategy for the determination of horizontal model deformation has been introduced and evaluated. This strategy incorporates a preliminary study of the coordinate time series to clean for outliers. Then, the wavelet transform was applied to the GPS time series to reduce scattering and separate noise and signal, and a mathematical model for the station movement is applied to determine sites' velocities. The GPS network used in this study included 60 continuous GPS stations (CGPS) located in the southern region of the Iberian Peninsula and northern Africa.*

*Figure 6 shows horizontal displacement rates at GPS sites in this region. Our results in this figure show average velocities of 2 cm/yr in a NNE direction in the region. Figure 7 presents the GPS site velocities with respect to the IGS reference station VILL. We clearly observe four different zones: the south-east of the Iberian Peninsula, the south of Iberia and the north of Africa, the north of Andalusia and the south of Portugal.*

*In the south-east of the Iberian Peninsula, we appreciated a significant motion for stations located in Lorca (LORR and LORM), due to the 2011 Lorca Earthquake. The general trend is in the NE-SW direction, except for station HUOV, TORR, ALAC and ALCO. These results are consistent with Khazaradze *et al.*, 2014 and Koulali *et al.*, 2011.*

*We also detected other transitions zones. There is a transition zone with a direction which varies from NW to SE, with increasing values towards the south of the Iberian Peninsula. Deformations in the region of northern Andalusia are associated with the convergence of the Eurasian plate. We appreciated a significant behaviour in GRA1, PALC, CARA, MORA and JUMM stations, which corresponds to Cadiz-Alicante Fault (Fig. 9).*

*Figure 8 presents the results obtained from cluster analysis. We point out the same stations blocks: the south-east of the Iberian Peninsula, the south of Iberia and the north of Africa, the north of Andalusia and the south of Portugal. We also can observe that the behaviour of some stations (GRA1, PALC, CARA, MORA and JUMM) corresponds to Cadiz-Alicante Fault. We identified the different behaviour in HUEL, ARAC, CARA, MORA stations due to local effects.*

### **Introducción**

Las tecnologías GNSS y las redes de estaciones permanentes han creado una herramienta y un marco de referencia terrestre muy relevante para el estudio de las deformaciones de la corteza terrestre debidas a las fuerzas tectónicas. Estas tecnologías son de gran interés para estudios de geodinámica y deformaciones (Fernandes, 2004; Mancilla *et al.*, 2013). Aunque la deformación es un indicador más objetivo que el desplazamiento debido a que no se requiere marco de referencia (Takahashi, 2011), las técnicas GNSS permiten cuantificar con garantía los desplazamientos que sufren las estaciones, y por tanto, se pueden medir los movimientos horizontales y verticales en fallas y regiones tectónicamente activas, y relacionarlos con otras zonas no afectadas. El sistema GPS ha demostrado ser una herramienta muy eficaz para llevar a cabo estudios de deformación debido a su alta precisión y exactitud (Fernandes *et al.*, 2003; Kulkarni *et al.*, 2006).

Las redes geodésicas se usan como base de todo tipo de trabajos geodésicos, uno de los cuales son los estudios geodinámicos que utilizan los cambios en la posición de las estaciones de control de una red en un determinado periodo de tiempo, a fin de entender las características de los movimientos tectónicos. Así pues, existen en la actualidad numerosas

estaciones permanentes integradas en diferentes redes geodésicas nacionales o internacionales. Las estaciones permanentes GPS proporcionan datos geodésicos con las suficientes garantías para su correcta utilización, generalmente en postproceso, científica o tecnológica. En España existen en la actualidad más de una centena de estaciones permanentes instaladas y gestionadas por diferentes organismos oficiales o instituciones privadas que, además de las habituales observaciones GPS, suministran correcciones diferenciales para posicionamientos en tiempo real (Valdés *et al.*, 2012).

En el presente artículo se propone una estrategia de estudio de series temporales basado en una secuencia de técnicas de análisis de las series: Método de los Mínimos Cuadrados, Análisis Wavelet y finalmente Análisis de Armónicos. Asimismo, con el objeto de ilustrar la estrategia propuesta, se aplica este tratamiento a series temporales procedentes de estaciones geodésicas permanentes ubicadas en el sur de la Península Ibérica y en el norte de África. Dichas estaciones constituyen la denominada como red SPINA.

Las series temporales de coordenadas GPS procedentes de estaciones geodésicas han sido tratadas en numerosos trabajos mediante distintas técnicas de análisis. En Teferle *et al.*, 2008 se realiza un estudio de series temporales procedentes de estaciones GPS continuas (CGPS) pertenecientes a la red ESEAS

(European Sea Level Service). Este análisis se basa en el Método de Estimación de Máxima Verosimilitud (MLE) y el análisis de funciones empíricas ortogonales (EOF).

Por otra parte, existen numerosos programas informáticos para el procesamiento de datos GPS, como pueden ser el software científico Bernese, el GIPSY OASIS o el GAMIT/GLOBK. En Valdés *et al.*, 2012 se emplea el software Bernese en su versión 5.0 para el procesamiento de los datos GPS, obteniendo las series temporales cartesianas. A fin de utilizar estas series en el estudio de desplazamientos, se calculan las velocidades empleando el programa de análisis de series temporales coordenadas CGPS CATS (Williams, 2008), que permite el cálculo de velocidades y el manejo de saltos en la serie. Los datos GPS analizados fueron tomados de 340 estaciones permanentes GPS pertenecientes a distintas redes nacionales e internacionales, distribuidas en el área de la Península Ibérica y alrededores.

Pérez-Peña *et al.*, 2010, realiza un estudio del campo de deformación del sur de la Península Ibérica y norte de África a partir de datos GPS procedentes de 12 estaciones geodésicas situadas en la zona, entre 1998 y 2005, procesados con el software Bernese en su versión 4.2. Asimismo, en Khazaradze *et al.*, 2014 se presenta el campo de deformación cortical de esta misma región, basado en el análisis de datos de estaciones GPS continuas de 5 años de longitud. A diferencia de los trabajos anteriores, los datos

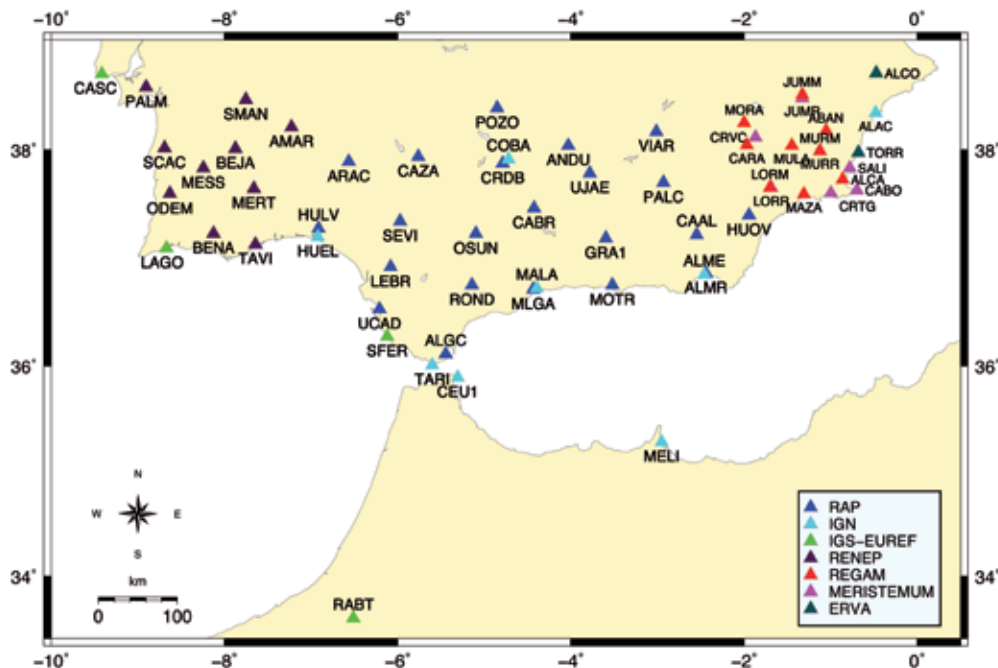
se analizaron mediante el software GAMIT/GLOBK, empleando el filtro Kalman para el cálculo de las velocidades de las estaciones. También se emplea este software para el procesamiento de los datos GPS de 65 estaciones continuas localizadas en esta misma región en Koulali *et al.*, 2011. A partir de estas observaciones, tomadas desde 1999 a 2009, se determina el campo de velocidades con respecto a la placa Euroasiática y la placa Africana.

El objetivo de este trabajo es estudiar las series temporales obtenidas a partir de observaciones de los satélites GNSS-GPS en estaciones geodésicas permanentes ubicadas en la región sur de la Península Ibérica y norte de África. El análisis de estas series se ha basado en procesos de filtrado, Análisis de Armonicos y Análisis Wavelet, a fin de proporcionar la velocidad de desplazamiento de cada estación. A partir del campo de velocidades obtenido se ha establecido el modelo de deformación que representa la actividad geodinámica de la zona.

### Zona de estudio

Las series temporales objeto de estudio proceden de estaciones geodésicas permanentes ubicadas en el Sur de la Península Ibérica y en el Norte de África, que constituyen la denominada como red SPINA.

Las estaciones permanentes GPS que componen esta red pertenecen a diferentes organizaciones:



**Figura 1.** Mapa de estaciones GPS de la red SPINA. Los diferentes colores indican las distintas redes: la RAP (Red Andaluza de Posicionamiento), la portuguesa RENEP (Rede Nacional de Estações Permanentes), las de Murcia REGAM y MERISTEMUM, la red de Valencia ERVA (Red de Estaciones de Referencia de Valencia), y algunas estaciones de IGS y EUREF.

**Figure 1.** Map of SPINA GPS Sites. Different colours indicate the different networks: the Andalusian RAP: Red Andaluza de Posicionamiento (for Andalusian Positioning Network), the Portuguese RENEP: Rede Nacional de Estações Permanentes (for National Continuous Network), the Murcia Region CGPS Networks (REGAM and MERISTEMUM), and the Valencia Region ERVA: Red Estaciones de Referencia de Valencia (for Valencian Reference Stations Network), and some other CGPSs included in IGS and EUREF.

la RAP (Red Andaluza de Posicionamiento), la portuguesa RENEP (Rede Nacional de Estações Permanentes), las de Murcia REGAM y MERISTEMUM, la red de Valencia ERVA, y algunas estaciones de IGS y EUREF.

En la figura 1 se muestran las estaciones de las que consta la red SPINA, clasificadas según las redes a las que pertenecen cada una de ellas.

Las series temporales estudiadas se han obtenido a partir de observaciones GPS diarias y su procesamiento mediante técnicas de posicionamiento relativo con respecto a la estación de referencia IGS ubicada en Villafranca, VILL (40°15'N, 3°34'W), en Madrid, situada en la parte estable de la placa Euroasiática. El intervalo de tiempo seleccionado para el estudio comprende desde comienzos de 2005, hasta comienzos de 2014.

Desde el punto de vista geológico, la interacción entre la Península Ibérica y África da lugar a una compleja región localizada en la parte oeste del borde de las placas Euroasiática y Africana. Esta región corresponde a la transición entre el borde oceánico (entre las Islas Azores y la región del Banco de Gorringe), y el borde continental donde Iberia y Africa se encuentran. El borde de placas está muy bien delimitado en la parte oceánica, desde las Islas Azores a lo largo de la Falla Azores-Gibraltar a aproximadamente 12°O (al oeste del Estrecho de Gibraltar). Desde 12°O a 3,5°E, incluyendo la región Iberia-África, el borde es más difuso y constituye una amplia área de deformación (Bufforn *et al.*, 2004). La deformación activa en esta zona se interpreta generalmente como resultado de la convergencia entre las placas Euroasiática y Africana (Nocquet and Calais, 2004). Esta región se caracteriza por un complejo modelo sismotectónico y por la ocurrencia de terremotos de magnitud moderada, muchos de ellos con focos de profundidad superficial ( $0 < h < 40$  km) (Bufforn *et al.*, 2016).

## Metodología

En el tratamiento de los datos analizados de la serie temporal geodésica primeramente se han eliminado los valores anómalos de la serie, para lo que se ha procedido a realizar un filtrado de las series. Esta técnica se trata de un ajuste lineal, basado en el Método de los Mínimos Cuadrados (Fuller, 1996; Hamilton, 1994; Ostini, 2012), en el que se asignan pesos a las observaciones en función de sus errores. El objetivo de este ajuste es obtener las series 1-sigma y 2-sigma.

A continuación, se realiza un estudio basado en el análisis wavelet. Las funciones wavelets operan de

forma análoga al análisis de Fourier en algunas aplicaciones (Acevedo, 2009), es decir, existen series y transformadas integrales tal y como ocurre con las Transformadas de Fourier. Sin embargo, la diferencia principal entre ambas es que las wavelet realizan análisis locales, lo cual las hace apropiadas para el análisis de señales en el dominio tiempo-frecuencia, mientras que la transformada de Fourier tiene carácter global (Percival and Walden, 2000; Ramírez, 2006).

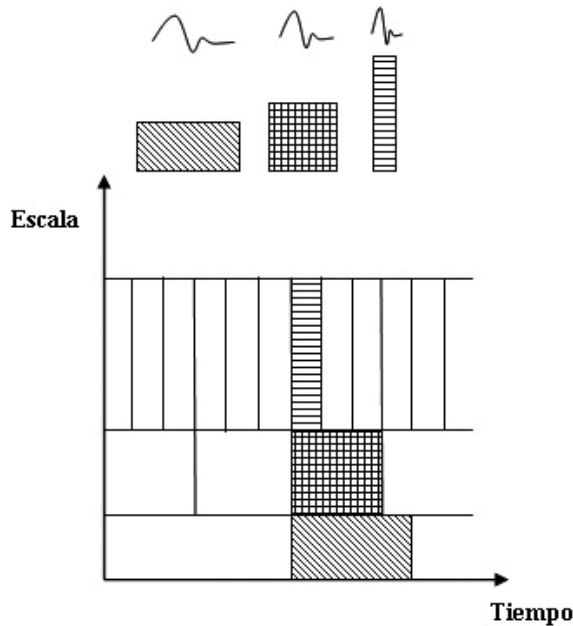
Finalmente, se emplea un ajuste basado en el análisis de armónicos (Bos *et al.*, 2008; Owen, 2001; Teferle, 2003; Wang *et al.*, 2012; Zhang *et al.*, 1997). Este último análisis se aplica al resultado obtenido de la transformada wavelet, y permite conocer determinados parámetros como la tendencia lineal, la señal periódica y las amplitudes de las discontinuidades, así como estimar la incertidumbre de dichos parámetros (Bos *et al.*, 2013; Pawtan, 2001; Williams *et al.*, 2004; Williams, 2008).

Para la obtención de las series temporales, se han procesado los datos GPS mediante el software científico Bernese v5.0, desarrollado por el Instituto de Astronomía de la Universidad de Berna, en Suiza (Beutler, 2001; Dach *et al.*, 2011). A partir de este procesamiento se obtienen las coordenadas cartesianas geocéntricas para cada estación en un intervalo de tiempo específico, las cuales transformadas a coordenadas topocéntricas, componen las series temporales a las que posteriormente se les aplica la metodología desarrollada en el artículo.

Para llevar a cabo esa transformación y el posterior análisis con cada una de las técnicas nombradas anteriormente, se ha empleado el software Matlab® v2011. Hay que destacar que uno de los principales motivos por los cuales se ha elegido este software para el desarrollo de los programas, es debido a que Matlab posee un conjunto de herramientas específicamente diseñadas para Wavelet, que facilitan e incluso automatizan el proceso de diseño de la misma (Misiti *et al.*, 2000).

## Análisis wavelet

El análisis wavelet representa el paso lógico siguiente a la STFT (Short Time Fourier Transform) (Antoniadis, 1997; García *et al.*, 2008): una técnica mediante ventanas con regiones de tamaño variable. Este análisis permite el uso de intervalos grandes de tiempo en aquellos segmentos en los que se requiere mayor precisión en baja frecuencia, y regiones más pequeñas donde se requiere información en alta frecuencia (figura 2) (Burrus *et al.*, 1998; Kumar *et al.*, 2002; Shirzaeia *et al.*, 2013).



**Figura 2.** Esquema de la Transformada Wavelet.  
**Figure 2.** Diagram of Wavelet transform.

Del mismo modo que para la transformada de Fourier, existen dos posibilidades para las transformadas Wavelets: para señales continuas de entrada, los parámetros de escala y tiempo pueden ser continuos, conduciendo a la transformada wavelet continua (CWT). Igualmente podría ser discreta conduciendo a la transformada wavelet discreta (DWT).

### Transformada wavelet continue (CWT)

La transformada wavelet continua intenta expresar una señal  $x(t)$  continua en el tiempo, mediante una expansión de términos o coeficientes proporcionales al producto interno entre la señal y diferentes versiones escaladas y trasladadas de una función prototipo  $\psi(t)$  más conocida como *wavelet madre* (Ramírez et al., 2005). Asumiendo que tanto la señal como la nueva función  $\psi(t)$  son de energía finita (Foster, 1996), podemos definir:

$$CWT(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (1)$$

La variable  $a$  (escala) controla el ancho o soporte efectivo de la función  $\psi(t)$ , y la variable  $b$  (traslación) nos da la ubicación en el dominio del tiempo de  $\psi$ . Ahora bien, para que este análisis sea posible y además para poder lograr una perfecta reconstrucción

de la señal a partir de la transformada, la función  $\psi(t)$  debe cumplir con la condición de admisibilidad. El cumplimiento de esta condición significa que el valor medio de  $\psi(t)$  es igual a 0, lo que a su vez implica obligatoriamente que  $\psi(t)$  tenga valores tanto positivos como negativos, es decir, que sea una onda.

Además, como  $\psi(t)$  es una función que *ventaniza* la señal sobre un intervalo de tiempo dado por  $a$  alrededor de un punto  $t = b$ , se observa intuitivamente que  $\psi(t)$  es de soporte compacto, es decir, es una onda definida sobre un intervalo de tiempo finito, de ahí la razón de su nombre, *wavelet*. Mediante la variable de escala se puede comprimir ( $|a| < 1$ ) o dilatar ( $|a| > 1$ ) la función  $\psi(t)$ , lo que dará el grado de resolución con el cual se esté analizando la señal. Por definición la Transformada Wavelet Continua es más una representación tiempo-escala que una representación tiempo-frecuencia. En particular, para valores pequeños de  $a$  la CWT obtiene información de  $x(t)$  que está esencialmente localizada en el dominio del tiempo, mientras que para valores grandes de  $a$  la CWT obtiene información de  $x(t)$  que está localizada en el dominio de la frecuencia. En otras palabras, para escalas pequeñas la CWT nos entrega una buena resolución en el dominio del tiempo, mientras que para escalas grandes la CWT nos entrega una buena resolución en el dominio de la frecuencia. Cuando el valor de la variable  $a$  cambia, tanto la duración como el ancho de banda de la wavelet cambian pero su forma se mantiene igual. En lo anteriormente dicho se encuentra la diferencia principal entre la CWT y la STFT (*Short Time Fourier Transform*) (Abramovich et al., 2000), ya que la primera ocupa ventanas de corta duración para altas frecuencias y ventanas de larga duración para bajas frecuencias, mientras que la STFT ocupa una sola ventana con la misma duración tanto para altas frecuencias como para bajas frecuencias.

La CWT es un transformada reversible siempre y cuando la función  $x(t)$  cumpla con la condición de admisibilidad. La reconstrucción es posible usando la ecuación (2):

$$x(t) = \frac{1}{c_{\psi}^2} \int_a \int_b CWT_x^{\psi}(a, b) \frac{1}{a^2} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) db da \quad (2)$$

La continuidad de la CWT reside en que tanto la variable de escala como la variable de traslación varían en forma continua. Sin embargo, en términos de cálculo computacional es imprescindible discretizar la transformada, y la suposición más lógica es que tanto los valores de escala como traslación sean discretos. Adelantándonos un poco a lo que es la Transformada Discreta Wavelet, la forma más común

de discretizar los valores de  $a$  y  $b$  es utilizar una red diádica (Mallat, 1999), es decir,  $a=2^j$  y  $b=k2^j$  con  $j, k \in Z$ , de tal manera que el conjunto de funciones:

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right), a, b \in R, a \neq 0 \quad (3)$$

se transforma en el conjunto de funciones:

$$\psi_{j,k} = 2^{\frac{j}{2}} \psi(2^j t - k), j, k \in Z \quad (4)$$

que corresponde a la versión diádicamente discretizada de la función wavelet.

**Transformada wavelet discreta (DWT)**

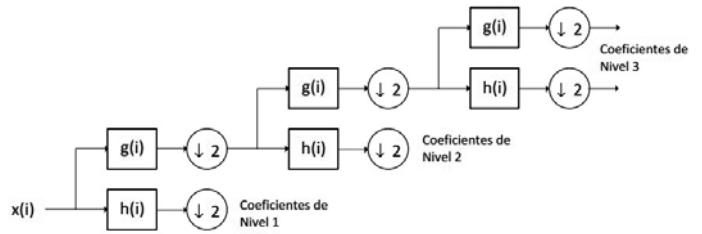
Con el fin de aplicar la transformada Wavelet a una serie de datos numéricos, se hace necesario implementar una transformada discreta. El marco teórico de la DWT está fundamentado en el concepto de multiresolución (Härdle, 1998; Jawerth and Sweldens, 1994).

Algebraicamente, el objetivo de aplicar la DWT a un vector es obtener un vector transformado que tiene en la mitad, conocida como parte alta (detalles), la misma información de alta frecuencia que el vector original y en otra mitad, conocida como parte baja (aproximaciones), la información de baja frecuencia. El éxito de la DWT en el tratamiento de series reside en el hecho de que usualmente la mayor parte de la información de alta frecuencia es relativamente pequeña y puede descartarse, permitiendo así una compresión eficiente de los datos.

Para extraer la información a partir de los datos, se le aplican filtros digitales. La información de baja frecuencia se obtiene aplicando un filtro  $G$ , denominado pasa-bajo, determinado por los coeficientes  $\{g_i\}_{i=1}^L$  convolucionándolo con los datos; similarmente para obtener información de alta frecuencia se aplica un filtro de alta frecuencia  $H$ , denominado pasa-alto,  $\{h_i\}_{i=1}^L$ .

No cualquier par de filtros pasa-alto y pasa-bajo es válido para componer la DWT; aunque existen muchos de estos pares de filtros. Esto implica que la DWT no es una operación única ya que depende de la elección de los filtros. A la longitud de los filtros  $L$ , se le denomina orden de la transformada wavelet.

Este par de filtros se debe aplicar (convolucionar) sobre el vector de los datos, de tal forma que para obtener un nivel de la transformada wavelet sobre un vector  $v$  de longitud  $2^k$  se siguen los siguientes pasos:



**Figura 3.** Diagrama de descomposición de señales. La variable  $x$  representa la señal a analizar, a la cual se le aplica el filtro  $G$  (filtro pasa-bajo), determinado por los coeficientes  $g(i)$  que aportan información de baja frecuencia; y el filtro  $H$  (filtro pasa-alto), representado por los coeficientes  $h(i)$  para obtener información de alta frecuencia.

**Figure 3.** Diagram of signal decomposition. The original signal  $x$  passes through two complementary filters: a low-pass filter ( $G$ ) determined by  $g(i)$  coefficients to obtain the low-frequency of the signal; and a high-pass filter ( $H$ ) represented by  $h(i)$  coefficients to estimate the high-frequency of the signal.

- Convolución: Convolucionar ambos filtros con el vector  $v$ , obteniendo dos secuencias de longitud  $n$ .
- Decimación o Submuestreo: Descartar los elementos que ocupan las posiciones impares en cada secuencia y unir las subsecuencias resultante; poniendo en la parte alta del vector la convolucionada con el filtro  $H$  y en la parte baja la convolucionada con el filtro  $G$ .

El resultado es un vector de la misma dimensión  $n$  que el vector original y con la misma información de alta frecuencia en las primeras  $n/2$  posiciones y de baja frecuencia en las últimas  $n/2$  posiciones.

Si se representa de forma algebraica, estos dos pasos son equivalentes a multiplicar el vector  $v$  por la matriz (5):

$$W = \begin{pmatrix} G \\ H \end{pmatrix} \quad (5)$$

donde  $H$  y  $G$  son la representación matricial de los filtros de descomposición de alta y baja frecuencia, que permiten la convolución y decimación de la señal en una operación única:

$$H = \begin{pmatrix} h_1 & h_2 & \dots & h_L & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & h_1 & h_2 & \dots & h_L & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & \dots \\ h_3 & h_4 & \dots & h_L & 0 & \dots & \dots & 0 & h_1 & h_2 \end{pmatrix} \quad (6)$$



$$G = \begin{pmatrix} g_1 & g_2 & \dots & g_L & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & g_1 & g_2 & \dots & g_L & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ g_3 & g_4 & \dots & g_L & 0 & \dots & \dots & 0 & g_1 & g_2 \end{pmatrix} \quad (7)$$

Al multiplicar la matriz (5) por un vector  $v$ :

$$W = \begin{pmatrix} G_V \\ H_V \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_{n/2} \\ s_1 \\ \vdots \\ s_{n/2} \end{pmatrix} \quad (8)$$

donde  $d_i$  son los componentes de alta frecuencia (componentes de detalle) y  $s_i$  son los componentes de baja frecuencia (componentes de aproximación).

Para obtener  $L$  niveles de la transformada Wavelet se aplica  $L$  veces a la parte de baja frecuencia del vector. Con frecuencia se denomina a esta transformada wavelet multinivel directamente Transformada Wavelet.

Por otra parte, las transformadas wavelets comprenden un amplio conjunto de formas. A lo largo del tiempo se han ido desarrollando diferentes versiones de wavelets, lo que han dado lugar a familias de wavelets. Las más destacadas son: familia de las Daubechies (destacar la Daubechies de orden 1 o wavelet de Haar), wavelet de Morlet, wavelet Mexican Hat, wavelet Meyer, familia de las Symmlets, familia de las Coiflets y la familia de las Biortogonales (Zamorano, 2010).

### Análisis de armónicos

Con el fin de obtener mayor precisión para el campo de velocidades, se aplica la siguiente descomposición a las series temporales:

$$x(t) = a + bt + \sum_{j=1}^2 (A_j \sin(\omega_j t) + B_j \cos(\omega_j t)) + \sum_{j=1}^n C_j H(t - T_j) \quad (9)$$

donde  $x$  es el valor de la coordenada GPS que estamos estudiando en el instante  $t$ ,  $a$  es el valor inicial,  $b$  es la velocidad de la serie,  $w_1$  y  $w_2$  son las frecuencias angulares de las componentes armónicas anual y semi-anual, y  $A_j$  y  $B_j$  son las amplitudes. Los coeficientes  $C_j$  son las magnitudes de las discontinuidades descritas por la función Heaviside:

$$H(\tau) = \begin{cases} 0, & \tau < 0 \\ 1, & \tau \geq 0 \end{cases} \quad (10)$$

y el instante de tiempo de la discontinuidad  $T_j$ . El número de discontinuidades incluidas viene dado por  $n$ , y pueden ser debidas a factores tales como cambios de antena de la estación o cambios del sistema ITRF (International Terrestrial Reference Frame).

Los parámetros a estimar serán el valor inicial  $a$ , la velocidad  $b$ , las amplitudes del seno y coseno de las componentes armónicas anual y semi-anual  $A_j$  y  $B_j$ , y los coeficientes  $C_j$  de las magnitudes de las discontinuidades que consideremos (Chatfield, 1989; Hosking, 1981; Williams, 2003).

### Modelo de desplazamientos de la red SPINA

El procesado de datos GPS mediante el software científico BERNESE se basa en una estructura modular de más de 100 programas. Este software permite realizar distintas estrategias de procesado. En este estudio, se han considerado dos estrategias. La primera de ellas ha sido el procesado en relativo con respecto la estación VILL, situada en la parte estable de la placa Euroasiática. Esta metodología garantiza precisiones absolutas de carácter milimétrico en las posiciones diarias obtenidas. La segunda estrategia empleada ha sido el procesado en PPP (*Precise Point Positioning*) (Dow et al., 2009).

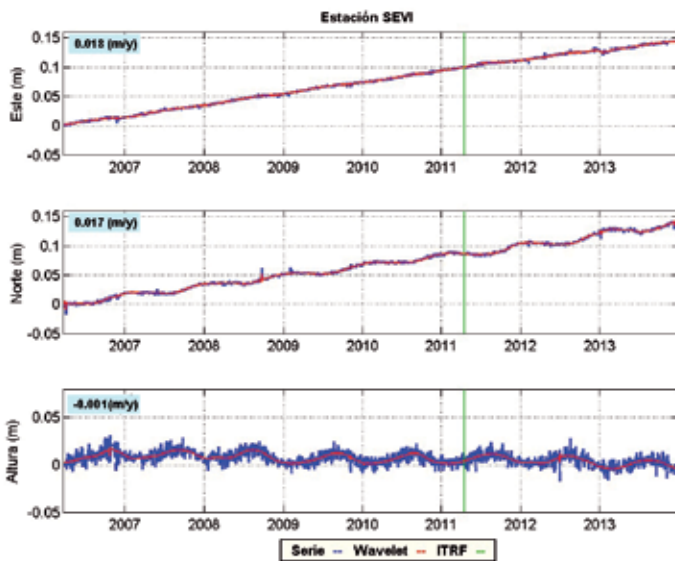
Este software utiliza el cálculo de las dobles diferencias como principal técnica para la obtención de soluciones GPS, es decir, se obtienen coordenadas cartesianas para cada estación en un intervalo de tiempo específico (en este caso se han considerado sesiones de 24 horas, para cada estación). Se ha utilizado el marco de referencia ITRF2008.

Las coordenadas cartesianas geocéntricas obtenidas del procesado para cada estación, se transforman en coordenadas topocéntricas, las cuales componen las series temporales a la que posteriormente se le aplica la metodología desarrollada en el artículo. Cada una de dichas estaciones tiene asignadas, por tanto, tres series temporales: aquella que describe las variaciones en la dirección norte-sur, en la dirección este-oeste, y la que contiene la información referente a las variaciones verticales. Estas series muestran unas fuertes periodicidades estacionales que son causadas, en su mayoría, por la redistribución de masa en la superficie terrestre (Blewitt et al., 2001; Blewitt and Lavallée, 2002; Wu et al., 2006).

Se ha realizado la secuencia de análisis de las series para cada una de las estaciones que constituyen

la red SPINA. Sin embargo, con el fin de explicar con mayor claridad la metodología empleada y los resultados obtenidos a partir de cada uno de los ajustes, se ha tomado una de las estaciones de la red que cuentan con mayor número de observaciones: la estación de SEVI, situada en el Hospital Vigil de Quiñones de Sevilla.

En la figura 4 se muestran las series de las componentes este, norte y elevación filtradas 2-sigma representadas en azul, obtenidas del procesado en relativo. En color rojo se presentan sus correspondientes ajustes mediante el análisis wavelet. Para ello, se ha empleado la wavelet *Coiflets 5* (Mallat, 1999), puesto que este tipo de wavelet es la que presenta mayor número de desvanecimientos y con la que se han obtenido mejores resultados tras realizar el ajuste con varias de ellas. Finalmente, en el recuadro superior izquierdo de las gráficas se muestra la tendencia o velocidad de cada una de las componentes, obtenidas tras aplicar análisis de armónicos al resultado de la wavelet.

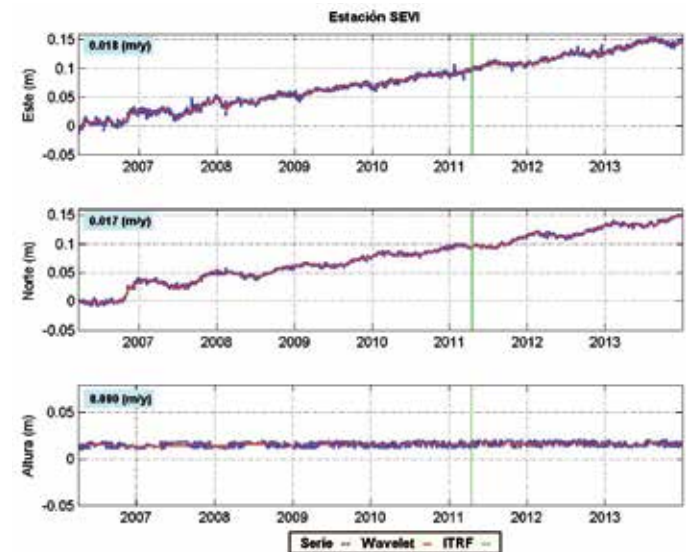


**Figura 4.** Series temporales de la posición diaria de la estación CGPS SEVI (Sevilla) filtradas 2-sigma, representadas con una línea azul. Series temporales obtenidas del procesado en relativo con respecto a la estación de referencia de IGS localizada en Villafranca (VILL), a partir del software Bernese. El análisis wavelet aplicado se muestra mediante una línea roja. También se ha tenido en cuenta la velocidad obtenida tras aplicar el análisis de armónicos. Las líneas verdes indican el cambio del sistema ITRF.

**Figure 4.** Daily position time series for the SEVI CGPS station (Seville) for 2-sigma filter, shown as a blue line. Time series are obtained by processed positioning with respect to the IGS reference station located in Villafranca (VILL) using the Bernese software. We have applied wavelet analysis, which is shown as a red line. We have also taken into account the estimated displacement rate obtained by harmonic analysis. Green lines indicate the ITRF frame discontinuity.

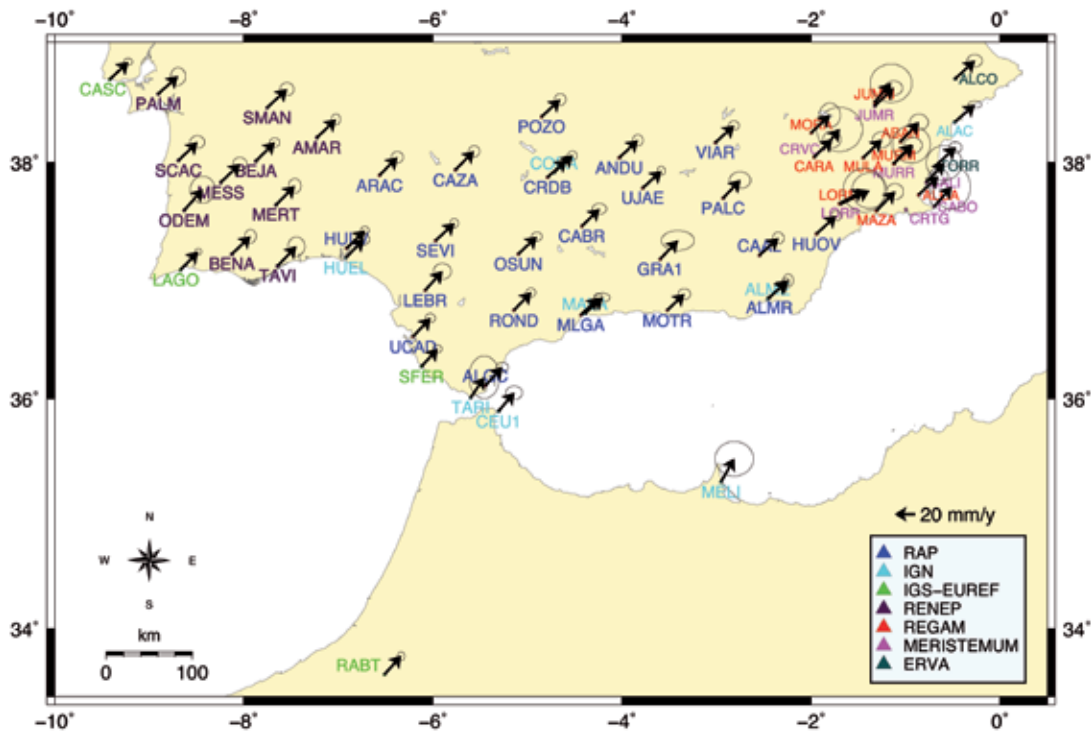
De la misma forma, se ha realizado el procesado en PPP de los datos de la estación SEVI para obtener las series temporales de las componentes este, norte y elevación filtradas 2-sigma (Figura 5). Como se refleja en dichas gráficas, en esta estación se observa una gran periodicidad anual tanto en la componente altura como, de manera destacable, en la componente norte. Esto es debido a que la estación se encuentra sobre un edificio de gran altitud, orientado prácticamente según la dirección norte-sur (con una diferencia de  $10^\circ$  aproximadamente). Este hecho hace que el efecto en la dilatación-contracción del edificio sea más acusado en la dirección norte-sur.

Estos análisis se han realizado con el objeto de obtener la velocidad de las series, eliminando el ruido que presentan. Tras realizar esta misma secuencia de análisis para todas las estaciones GPS que componen la red SPINA, se obtienen los modelos de deformación superficial de la zona en estudio. Es por ello que en la figura 6 se muestra el modelo horizontal de la deformación superficial de las estaciones GPS estudiadas.



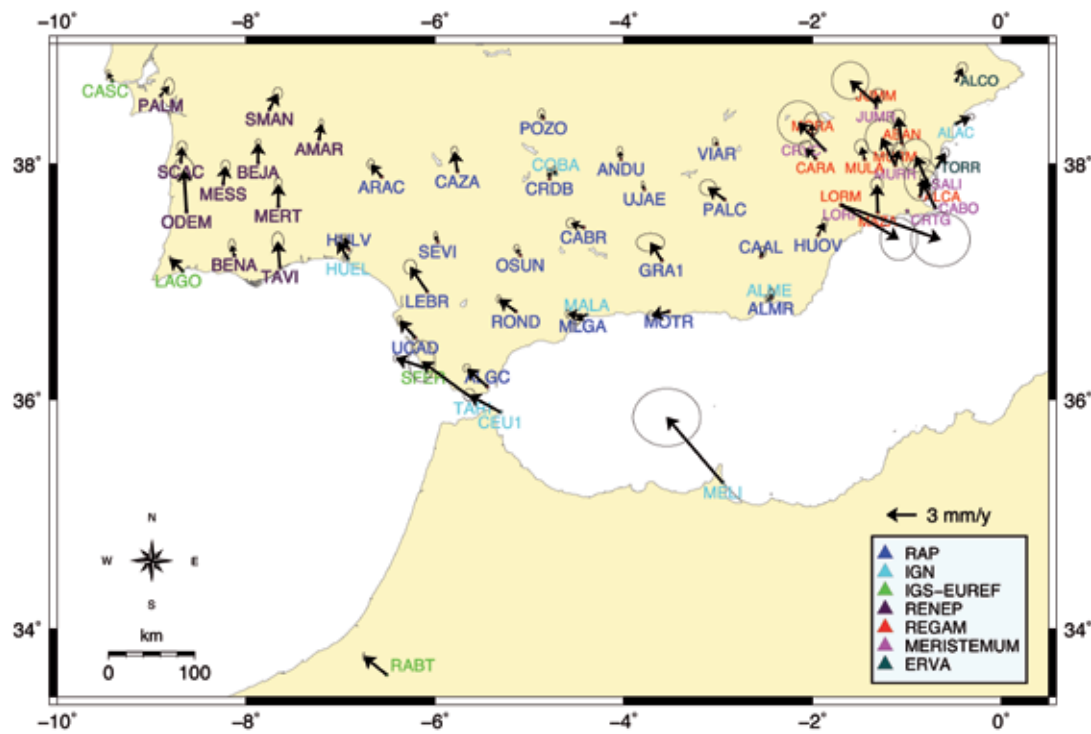
**Figura 5.** Series temporales de la posición diaria de la estación CGPS SEVI (Sevilla) filtradas 2-sigma, representadas con una línea azul. Series temporales obtenidas a partir del procesado en PPP con el software Bernese. El análisis wavelet aplicado se muestra mediante una línea roja. También se ha tenido en cuenta la velocidad obtenida tras aplicar el análisis de armónicos. Las líneas verdes indican el cambio del sistema ITRF.

**Figure 5.** Daily position time series for the SEVI CGPS station (Seville) for 2-sigma filter, shown as a blue line. Time series are obtained by PPP processing using the Bernese software. We have applied wavelet analysis, which is shown as a red line. We have also taken into account the estimated displacement rate obtained by harmonic analysis. Green lines indicate the ITRF frame discontinuity.



**Figura 6.** Mapa de la deformación horizontal de la región sur de la Península Ibérica y norte de África. Velocidades obtenidas a partir de series temporales GPS, con elipses de error a nivel de confianza del 95%.

**Figure 6.** Horizontal displacement rates at GPS sites in the south of the Iberian Peninsula and north Africa, estimated from GPS time-series data with 95% confidence level error ellipses.



**Figura 7.** Mapa de las velocidades residuales de cada estación con respecto a la estación de referencia VILL, obtenidas a partir de series temporales GPS con elipses de error al 95% de nivel de confianza.

**Figure 7.** Residual velocities relative to the IGS reference station located in Villafranca (VILL), estimated from GPS time-series data with 95% confidence level error ellipses.

La figura 7 representa la diferencia de las velocidades obtenidas de cada una de las estaciones GPS del modelo horizontal, con respecto a la estación de referencia situada en Villafranca (VILL), en Madrid, situada en la parte estable de placa europea.

**Análisis cluster**

El análisis cluster es una técnica estadística multivariante cuya idea básica es agrupar una muestra de observaciones vectoriales en un número dado de clusters o grupos similares. Este agrupamiento se basa en la idea de distancia o similitud entre un parámetro estudiado, en este caso, la velocidad. La obtención de dichos clusters depende del criterio o distancia considerados (Martin et al., 2002). En este trabajo, se ha empleado el método jerárquico AGNES (Agglomerative Nesting) introducido por Kaufman and Rousseeuw, 1990, junto con la distancia Manhattan (Chattopadhyay et al., 2013):

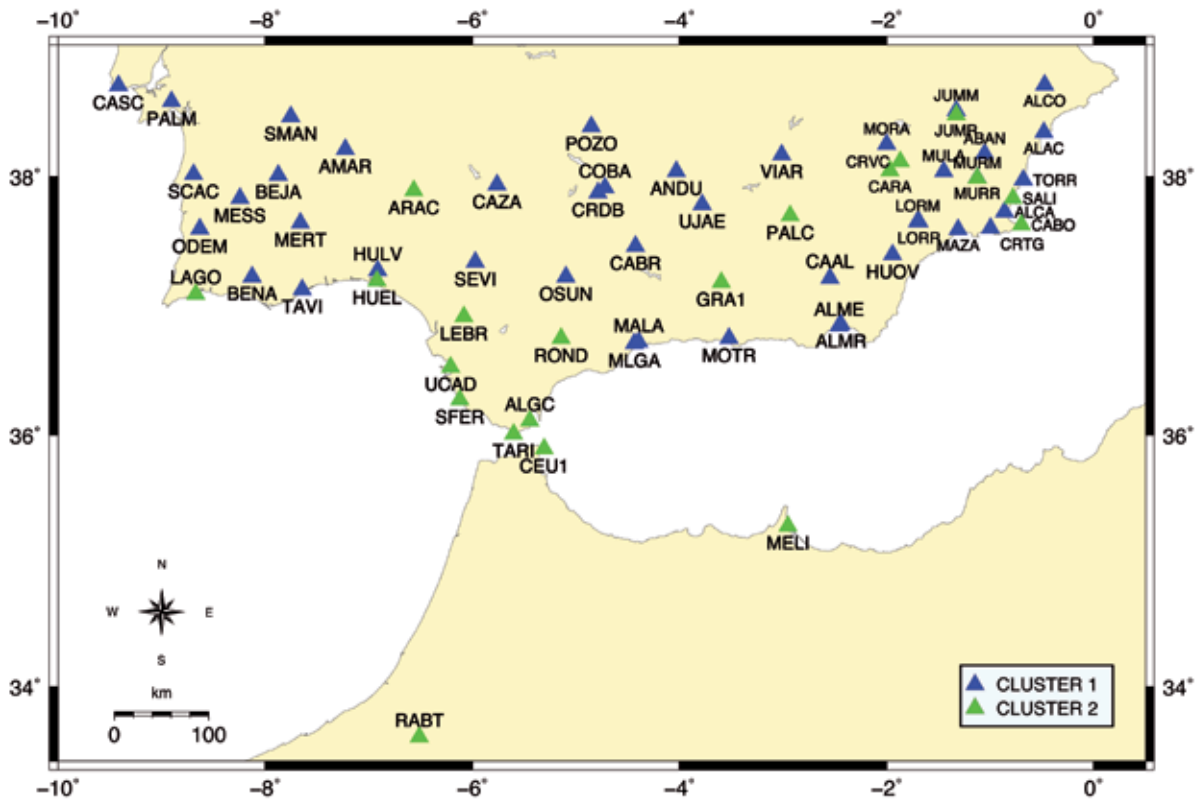
$$d(i, j) = |x_{i1} - x_{j1}| + |x_{i2} - x_{j2}| + \dots + |x_{ip} - x_{jp}| \tag{11}$$

donde  $i=(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip})$  y  $j=(x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jp})$  son vectores p-dimensionales.

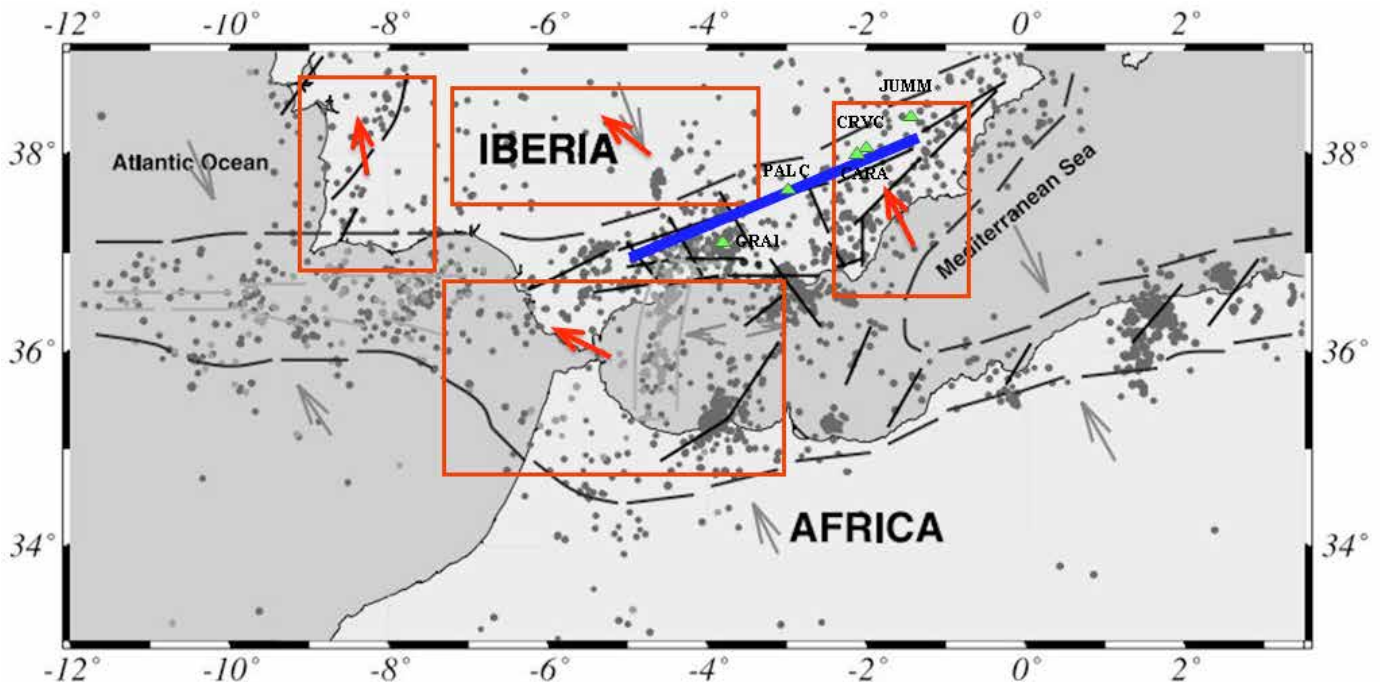
Finalmente, destacar que el análisis cluster se ha aplicado para detectar grupos de estaciones con comportamiento similar. Estas técnicas se han utilizado como un complemento del conocimiento de los datos geológicos, tales como los límites de las placas tectónicas, y por ello pueden ser utilizadas para apoyar la validez de esos límites y también para detectar y corregir las inconsistencias con las fronteras de estos.

La figura 8 muestra los resultados obtenidos tras aplicar este análisis a las velocidades obtenidas. La estación de Lorca ha sido excluida del análisis debido a su modelo de desplazamiento particular, como consecuencia del terremoto ocurrido en Mayo de 2011 (González et al., 2012).

A fin de comparar estos resultados con modelos geológicos para esta región, la figura 9 muestra el esquema sismotectónico de la colisión de Iberia con África, tomado de Buforn et al., 2004. Sobre la imagen original se han señalado en rojo los distintos bloques detectados, la falla Cádiz-Alicante (Sanz de Galeano, 2008) mediante una línea azul, y las estaciones localizadas en esa región en verde.



**Figura 8.** Representación geográfica de las estaciones clasificadas por comportamientos similares en la variación de sus coordenadas. **Figure 8.** Geographical representation of the stations classified by similar behaviours in their coordinate variations.



**Figura 9.** Esquema sismotectónico de la región Iberia-África. Los puntos indican la distribución de epicentros; las flechas indican la distribución de epicentros. Figura tomada de Bufoin et al., 2004. Sobre la imagen original se han señalado en rojo los distintos bloques detectados, la falla Alicante-Cádiz (Sanz de Galeano, 2008) en azul y las estaciones localizadas en esa región en color verde.

**Figure 9.** Seismotectonic scheme for the Iberia-Africa region. Shallow earthquakes are plotted in dark and arrows indicate the stress regime. This figure is taken from Bufoin et al. 2004. Over this figure, the four different stations blocks are marked in red. The blue line indicates the Cadiz-Alicante Fault (Sanz de Galeano, 2008) and stations located in this area are shown in green.

## Discusión

En este trabajo, se han procesado y analizado datos GPS para establecer el modelo de deformación horizontal de la región sur de la Península Ibérica y norte de África, región SPINA. Para ello, se ha diseñado una estrategia de estudio de series temporales de coordenadas GPS, la cual ha permitido obtener el campo de velocidades que determinan el modelo de deformación horizontal.

En el modelo de velocidades de desplazamiento horizontal, figura 6, se observan como dirección dominante vectorial NNE para todas las estaciones, y módulo medio 2 cm/año. La figura 7 representa el modelo residual obtenido sustrayendo al modelo experimental obtenido la velocidad de desplazamiento de la placa euroasiática caracterizada por la velocidad de la estación de referencia VILL-IGS. En este modelo residual se observan zonas claramente diferenciadas y otras de transición. Entre las primeras se encuentran la parte suroriental de la Península Ibérica; la zona definida por el sur de la Península Ibérica y Norte de África; la zona norte de Andalucía y el sur de Portugal.

En la zona suroriental destaca la velocidad de las estaciones situadas en Lorca determinada por las estaciones de LORR y LORM, consecuencia previa y posterior al terremoto de magnitud 5,1 grados el 11 de Mayo de 2011. En el resto de las estaciones se observa una inestabilidad con respecto a las velocidades definidas por HUOV, TORR, ALAC y ALCO; pasando de la dirección NE a NW. Estos resultados son análogos a los obtenidos en Khazaradze et al., 2014 y en Kouali et al., 2011.

Existe una zona de transición de la dirección NW a SE pero aumentado el módulo a medida que nos desplazamos hacia el sur de la Península Ibérica. Entre HUOV, dirección NE, y la estación MOTR, dirección SW; existe una zona local, estaciones CAAL y ALMR-ALME de velocidad nula que representa dicha transición geodinámica. Las velocidades de las estaciones de la zona norte de Andalucía muestran claramente su pertenencia a la placa euroasiática. Se aprecia un alineamiento de estaciones (GRA1, PALC, CARA MORA, JUMM) que se correlaciona con la dirección de la falla Cádiz-Alicante (Figura 9), de dirección NW al igual que las velocidades de las estaciones de la región murciana.

La dirección SW alcanzada en la estación MOTR se manifiesta más claramente hacia la zona sur de la Península Ibérica y Norte de África, aumentando el módulo de los vectores residuales indicando su pertenencia a la placa euroasiática. En esta zona se aprecia una mayor magnitud en los vectores residuales de TARI y MELI. A medida que nos acercamos al Golfo de Cádiz, pasamos de la dirección SW a la dirección NW; alcanzándose la dirección N al sur de Portugal. Estos resultados son coincidentes con los obtenidos en Perez-Peña et al, 2010; y Mancilla et al, 2013.

La figura 8 muestra el agrupamiento clúster realizado. Se aprecia el bloque comentado anteriormente en la zona sur de la Península Ibérica y norte de África. Se observa el alineamiento coincidente con la falla Alicante-Cádiz, reflejado en las estaciones de GRA1, PALC, CARA, CRVC y JUMM. Se aprecian diferentes comportamientos en algunas estaciones debidas a procesos locales (HUEL, ARAC, JUMM).

## Conclusiones

En este trabajo, se ha diseñado y establecido una metodología apropiada para el tratamiento de observaciones GPS procedentes de redes geodésicas permanentes. Se han ensayado dos estrategias diferentes: posicionamiento relativo y PPP, ambos con el software Bernese. La estrategia definida para el tratamiento de las series temporales geodésica GPS obtenidas se basa en el procedimiento siguiente: detección y eliminación de errores groseros; filtrado wavelets para reducir el ruido sin significado geodinámico; análisis armónico para obtener la velocidad de desplazamiento de cada estación; y análisis clúster para establecer y estructurar geodinámicamente la región. Un primer resultado de esta metodología muestra que el modelo horizontal obtenido mediante posicionamiento relativo o PPP es idéntico; mientras que en la componente vertical PPP los procesos de filtrado eliminan tantas observaciones que incluso se pierden las periodicidades. Para esta componente será necesario efectuar desarrollos y metodologías más potentes y eficientes, sobre todo en presencia de procesos de subducción y además nos hallamos en el límite de la precisión GPS. A partir de las velocidades de desplazamiento de las estaciones se obtiene el modelo geodinámico tectónico de deformación horizontal. El modelo residual con respecto a la placa euroasiática se obtiene sustrayendo a las velocidades de cada estación, la velocidad de la estación de referencia, en este caso VILL-IGS. La aplicación de agrupamiento clúster permite definir bloques de comportamiento geodinámico similar.

En cuanto a las conclusiones obtenidas para la región de aplicación de esta metodología se aprecia como hecho diferencial con otros resultados previos la definición del alineamiento siguiendo la dirección de la falla Cádiz-Alicante, y la existencia de zonas de transición, como por ejemplo la definida por las estaciones HUEL y ARAC. Destaca también la zona de transición definida en Almería entre las estaciones ALMR y CAAL, que limita la dirección NE establecida por HUOV, y la dirección SO definida a partir de la estación MOTR. Asimismo, se aprecia un proceso rotacional de dirección SO a N, entre la zona sur de la Península Ibérica y norte de África y la zona sur de Portugal.

## Referencias

- Abramovich, F., Bailey, T. y Sapatinas, T. 2000. Wavelet analysis and its statistical applications. *Journal of the Royal Statistical Society*, 49 (1), 1-29.
- Acevedo, L. 2009. Computación Paralela de la Transformada Wavelet, Aplicaciones de la transformada Wavelet al álgebra lineal numérica. Tesis doctoral. Departamento de Sistemas Informáticos, Universidad Politécnica de Valencia.
- Antoniadis, A. 1997. Wavelets in statistics: a review. *Journal of the Italian Statistical Society*, 6 (2), 97-130.
- Blewitt, G., Lavallee, D., Clarke, P. y Nurutdinov, K. 2001. A New Global Mode of Earth Deformation: Seasonal Cycle Detected. *Sciences*, 294.
- Blewitt, G. y Lavallée, D., 2002. Effect of annual signals on geodetic velocity. *Journal of geophysical research*, 107(B7), doi:10.1029/2001JB000570.
- Bos, M. S., Fernandes, R.M.S., Williams, S.D.P. y Bastos, L. 2008. Fast error analysis of continuous GPS observations. *Journal of Geodesy*, 82, 157166, doi:10.1007/s00190-007-0165-x.
- Bos, M. S., Fernandes, R.M.S., Williams, S.D.P. y Bastos, L. 2013. Fast error analysis of continuous GNSS observations with missing data. *Journal of Geodesy*, 87 (4), 351-360.
- Bufo, E., Bezzeghoud, M., Udías, A. y Pro, C. 2004. Seismic Sources on the Iberia-African Plate Boundary and their Tectonic Implications. *Pure and Applied Geophysics*, 161, 623-646.
- Bufo, E., Udías, A. y Pro, C. 2016. Source mechanism studies of earthquakes in the Ibero-Maghrebian region and their tectonic implications. *Journal of Seismology*, doi: 10.1007/s10950-015-9551-7.
- Burrus, S., Gopinath, R. y Guo, H. 1998. *Introduction to Wavelet and Wavelet Transforms*. Prentice Hall, New Jersey.
- Chalouan, A., Gilb, A.J., Galindo-Zaldívar, J., Ahmamous, M., Ruano, P., Lacy, M.C., Ruiz-Armenteros, A. M., Benmakhlof, M. y Riguzzi, F. 2014. Active faulting in the frontal Rif Cordillera (Fes region, Morocco): Constraints from GPS data. *Journal of Geodynamics*, 77, 110-122.

- Chatfield, C. 1989. *The Analysis of Time Series: an introduction*. Chapman and Hall/CRC, Boca Raton.
- Chattopadhyay, A. K, Mondal, S. y Chattopadhyay, T. 2013. Independent Component Analysis for the objective classification of globular clusters of the galaxy NGC 5128. *Computational Statistics and Data Analysis*, 57, 17–32.
- Cunha, T.A., Matias, L.M., Terrinha, P., Negredo, A.M., Rosas, F., Fernandes, R.M.S. y Pinheiro, L. M. 2012. Neotectonics of the SW Iberia margin, Gulf of Cadiz and Alboran Sea: a reassessment including recent structural, seismic and geodetic data. *Geophysical Journal International*, 188, 850–872.
- Dach, R., Hugentobler, U. y Walser, P. 2011. *Bernese GPS Software Version 5.0*. Astronomical Institute, University of Bern, Bern, Switzerland.
- Dow, J.M., Neilan, R.E. y Rizos, C. 2009. The International GNSS Service in a changing landscape of Global Navigation Satellite Systems. *Journal of Geodesy*, 83:191-198.
- Fernandes, R.M.S., 2004. *Present-day kinematics at the Azores Gibraltar plate boundary as derived from GPS observations*. DUP, Delft, The Netherlands, ISBN 90-407-2557-8.
- Fernandes, R.M.S., Ambrosius, B.A.C., Noomen, R., Bastos, L., Wortel, M., Spakman, W. y Govers, R. 2003. The relative motion between Africa and Eurasia as derived from ITRF2000 and GPS data. *Geophysical Research Letters*, 30(16), 1828, doi:10.1029/2003GL017089.
- Fernandes, R.M.S., Miranda, J.M., Meijninger, B.M.L., Bos, M.S., Noomen, R., Bastos, L., Ambrosius, B.A.C. y Riva, R. E. M. 2007. Surface velocity field of the Ibero-Maghrebian segment of the Eurasia-Nubia plate boundary. *Geophysical Journal International*, 169, 315–324.
- Foster, G. 1996. Wavelet for period analysis of unevenly sampled time series. *The Astronomical Journal*, 112, 1709-1729.
- Fuller, W.A. 1996. *Introduction to Statistical Time Series, Second Edition*. John Wiley & Sons, New York.
- Gárate, J., Martín-Davila, J., Khazaradze, G., Echeverría, A., Asensio, E., Gil, A. J., Lacy, M.C., Armenteros, J.A., Ruiz, A.M., Gallastegui, J., Alvarez-Lobato, F., Ayala, C., Rodríguez-Caderot, G., Galindo-Zaldívar, J., Rimi, A. y Harnafi, M. 2014. Topo-Iberia project: CGPS crustal velocity field in the Iberian Peninsula and Morocco. *GPS Solutions*, 19 (2), 287-295.
- García, V.M., Acevedo, L. y Vidal, A. M. 2008. Variants of algebraic wavelet-based multigrid methods: Application to shifted linear systems. *Applied Mathematics and Computation*, 2021 (202), 287–299.
- Ghil, M., Allen, M.R., Dettinger, M.D., Ide, K., Kondrashov, D., Mann, M.E., Robertson, A.W., Saunders, A., Tian, Y., Varadi, F. y Yiou, P. 2002. Advanced spectral methods for climatic time series. *Reviews of geophysics*, 40, 1-41.
- Gil, A. J., Lacy, M. C., Ruiz, A. M., Armenteros, J. A., Adán, R., Avilés, M., Riguzzi, F. y Devoti, R. 2012. Red GPS Topo-Iberia: Resultados Preliminares obtenidos en el Centro de Análisis de la UJA. *7ª Asamblea Hispano-Portuguesa de Geodesia y Geofísica*, Donostia, San Sebastián.
- González, P.J, Tiampo, K.F., Palano, M., Cannavó, F. y Fernández, J. 2012. The 2011 Lorca earthquake slip distribution controlled by groundwater crustal unloading. *Nature Geoscience*, 5, 821-825.
- Granger, C.W.J. y Morris, M. J. 1976. Time Series Modeling and Interpretation. *Journal of the Royal Statistical Society*, 139 (A), 246-257.
- Gülal, E., Hediye, E. y Tiryakioglu, I. 2013. Research on the stability analysis of GNSS reference stations network by time series analysis. *Digital Signal Processing*, 23, 1945–1957.
- Härdle, W., Kerkycharian, G., Picard, D. y Tsybakov, A. 1998. *Wavelets, Approximation, and Statistical Applications*. Springer-Verlag, New York, 265 pp.
- Hamilton, J.D. 1994. *Time Series Analysis*. Princeton University Press, New Jersey.
- Holland, S. 2006. *Cluster Analysis*. Department of Geology, University of Georgia, Athens, GA.
- Hosking, J.R.M. 1981. Fractional Differencing. *Biometrika*, 68 (1), 165-176.
- Jawerth, B. y Sweldens, W. 1994. An overview of wavelet based multiresolution analysis. *SIAM Review*, 36 (3), 377–412.
- Kaufman, L. y Rousseeuw, P.J. 1990. *Finding Groups in Data: An Introduction to Cluster Analysis*. Wiley, New York.
- Khazaradze, G., Echeverría, A. y Asensio, E. 2014. Present-day crustal deformation field of the Iberian Peninsula estimated by GPS measurements. *Física de la Tierra*, 26, 25-46.
- Kierulf, H.P., Plag, H.P., Bingley, R.M., Teferle, N., Demir, C., Cingoz, A., Yildiz, H., Garate, J., Davila, J.M., Silva, C.G., Zdunek, R., Jaworski, L., Martinez-Benjamin, J.M., Orus, R., y Aragon, A. 2008. Comparison of GPS analysis strategies for high-accuracy vertical land motion. *Physics and Chemistry of the Earth*, 33, 194–204.
- Koulali, A., Ouazar, D., Tahayt, A., King, R.W., Vernant, P., Reilinger, R.E., McClusky, S., Mourabit, T., Davila, J.M. y Amraoui, N. 2011. New GPS constraints on active deformation along the Africa-Iberia plate boundary. *Earth and Planetary Science Letters*, 308, 211–217.
- Kulkarni, M.N., Radhakrishnan, N. y Rai, D. 2006. Global positioning system in disaster monitoring of Koyna Dam, western Maharashtra. *Survey Review*, 37 (292), 490-497.
- Kumar, K.V., Miyashita, K. y Jianxin, L. 2002. Secular crustal deformation in central Japan, based on the wavelet analysis of GPS time-series data. *Earth Planets Space*, 54, 133–139.
- Mallat, S. 1999. *A wavelet Tour of Signal Processing*. Elsevier.
- Mancilla, F.D.L., Stich, D., Berrocoso, M., Martín, R., Morales, J., Fernández-Ros, A., Páez, R. y Pérez-Peña, A. 2013. Delamination in the Betic Range: Deep structure, seismicity, and GPS motion. *Geology*, 41 (3), 307-310.
- Martin, M., Rousseeuw, P., Struyf, A., Hubert, M. y Hornik, K. 2002. Cluster Analysis Basics and extensions, *R Package Version 1.14.2*, <http://CRAN.R-project.org>.
- Martínez, P. A. 2011. *Modelos armónicos no lineales para series temporales geodéticas*. Tesis

- doctoral. Departamento de Matemática Aplicada. Escuela Politécnica Superior. Universidad de Alicante.
- Misiti, M., Misiti, Y., Oppenheim, G. y Poggi, J. M. 2000. *Wavelet Toolbox, User's Guide*. Version 2. The Math Works, Inc.
- Ostini, L. 2012. *Analysis and Quality Assessment of GNSS-Derived Parameter Time Series*. PhD thesis, Univesity of Bern.
- Owen, A.B. 2001. *Empirical Likelihood*. Chapman & Hall.
- Palano, M., González, P.J. y Fernández, J. 2015. The Diffuse Plate boundary of Nubia and Iberia in the Western Mediterranean: Crustal deformation evidence for viscous coupling and fragmented lithosphere. *Earth and Planetary Science Letters*, 430, 439–447.
- Pawtan, Y. 2001. *In all Likelihood: Statistical Modelling and Inference Using Likelihood*. Oxford Science Publications.
- Peña, D., Tiao, G.C. y Tsay, R.S. 2005. *A Course in Time Series Analysis*. Editorial John Wiley
- Percival, D.B. y Walden, A. T. 2000. *Wavelet methods for time series analysis*. Cambridge Press: Cambridge.
- Pérez-Peña, A., Martín-Davila, J., Gárate, J., Berrocoso, M. y Buforn, E. 2010. Velocity field and tectonic strain in Southern Spain and surrounding areas derived from GPS episodic measurements. *Journal of Geodynamics*, 49, 232–240.
- Ramírez, M. E. 2006. *Crustal deformation models in volcanic areas by means of the wavelet theory. Application to Deception Island Volcano*. PhD Thesis, University of Cádiz, Spain.
- Ramírez, M.E., Jiménez, Y., González, M.J., Berrocoso, M. y Sánchez-Francisco, M. 2005. A new data analysis technique in the study of mutual event lightcurves. *Astronomy & Astrophysics*, 448, 1197–1206.
- Sanz de Galeano, C. 2008. The Cadiz-Alicante fault: an important discontinuity in the Betic Cordillera. *Revista de la Sociedad Geológica de España*, 21 (3-4): 49-58.
- Shirzaeia, M., Bürgmann, R., Foster, J., Walter, T.R. y Brooks, B.A. 2013. Aseismic deformation across the Hilina fault system, Hawaii, revealed by wavelet analysis of InSAR and GPS time series. *Earth and Planetary Science Letters*, 376, 12–19.
- Stich, D., Serpelloni, E., Mancilla, F. L. y Morales, J. 2006. Kinematics of the Iberia–Maghreb plate contact from seismic moment tensors and GPS observations. *Tectonophysics*, 426, 295–317.
- Takahashi, H. 2011. Static strain and stress changes in Eastern Japan due to 2011 off the Pacific coast of Tohoku Earthquake, as derived from GPS data. *Earth Planets and Space*, 63 (7), 741-744.
- Teferle, F.N. 2003. *Strategies for Long-Term Monitoring os tide gauges using GPS*. PhD thesis, Univesity of Nottingham.
- Teferle, F.N., Williams, S.D.P., Kierulf, H.P., Bingley, R.M. y Plag, H. P. 2008. A continuous GPS coordinates time series analysis strategy for high-accuracy vertical land movements. *Physics and Chemistry of the Earth*, 33, 205–216, doi:10.1016/j.pce.2006.11.002.
- Valdés, M., Cano, M.A., Pascual, M. y García-Cañada, L. 2012. Análisis de estaciones permanentes GNSS en la península ibérica, proyecto IBERRED. 7ª *Asamblea Hispano-Portuguesa de Geodesia y Geofísica*, Donostia, San Sebastián.
- Wang, W., Zhao, B., Wang, Q. y Yang, S. 2012. Noise analysis of continuous GPS coordinate time series for CMONOC. *Advances in Space Research*, 49 (5), 943-956.
- Williams, S.D.P., 2003. The effect of coloured noise on the uncertainties of rates estimated from geodetic time series, *Journal of Geodesy*, 76, 483–494, doi:10.1007/s00190-002-0283-4.
- Williams, S.D.P., Bock, Y., Fang, P., Jamason, P., Nikolaidis, R.M., Prawirodirdjo, L., Miller, M. y Johnson, D.J. 2004. Error analysis of continuous GPS position time series, *Journal of geophysical research*, 109, B03412, doi:10.1029/2003JB002741.
- Williams, S. D. P. 2008. CATS: GPS coordinate time series analysis software. *GPS Solutions*, 12 (2), 147-153, doi: 10.1007/s10291-007-0086-4.
- Zamorano, M. 2010. *Análisis de señales mediante STFT y Wavelet. Aplicación a la defectología en rodamientos*. PhD Tesis, University Carlos III, Madrid, Spain.
- Zhang, J., Bock, Y., Johnson, H., Fang, P., Williams, S., Genrich, J., Wdowinski, S. y Behr, J. 1997. Southern California Permanent GPS Geodetic Array: Error analysis of daily position estimates and site velocities. *Journal of Geophysical Research*. 102 (B8), 18035-18055.

Recibido: diciembre 2015

Revisado: abril 2016

Aceptado: mayo 2016

Publicado: marzo 2017