

# Modelo proceso-respuesta de recesión de acantilados por variación del nivel del mar. Aplicación en la Costa de Holderness (Reino Unido)

R. Castedo<sup>(1)</sup>, C. Paredes<sup>(1)</sup>, M. Fernández<sup>(1)</sup> y R. de la Vega<sup>(2)</sup>

(1) Dpto. Matemática Aplicada y Métodos Informáticos. E.T.S. Ingenieros de Minas. Universidad Politécnica de Madrid.

(2) Dpto. de Explotación de Recursos Minerales y Obras Subterráneas. E.T.S. Ingenieros de Minas. Universidad Politécnica de Madrid.

c/ Alenza, n.º 4, 28003 Madrid, España

ricardo.castedo@upm.es, carlos.paredes@upm.es

marta@dmami.upm.es, rogelio.delavega@upm.es

## RESUMEN

El desarrollo de modelos predictivos de retroceso de acantilados costeros se encuentra limitado desde el punto de vista geomorfológico debido a la complejidad e interacción de los procesos de desarrollo espacio-temporal que tienen lugar en la zona costera. Los códigos de cálculo, existentes en la actualidad, incorporan modelos probabilísticos para resolver la estabilidad geomecánica de los materiales. Éstos pueden reproducir tasas de recesión históricas; sin embargo, el comportamiento bajo condiciones variables (cambio climático) no tiene por qué ser el mismo. Se presenta un modelo de proceso-respuesta de retroceso de acantilados costeros que incorpora el comportamiento geomecánico de costas compuestas por tills, incluye la acción protectora de los derrubios presentes al pie del acantilado frente a los procesos erosivos y permite evaluar el efecto del ascenso del nivel medio del mar asociado al cambio climático. Para ello, se acoplan la dinámica marina: nivel medio del mar, mareas y oleaje; con la evolución del terreno: erosión, desprendimiento rocoso y formación de talud de derrubios. La erosión del acantilado se calcula en función del nivel del mar, de las condiciones del oleaje incidente, de la pendiente de la plataforma rocosa y de la resistencia del material rocoso afectado en cada ciclo de marea. Al finalizar cada ciclo, se evalúa la ruptura del acantilado según un criterio geomecánico de roturas por vuelco y en caso de rotura, se genera un talud de derrubios al pie del mismo. El modelo ha sido validado frente a datos reales en la costa de Holderness, Yorkshire, Reino Unido. Los resultados obtenidos presentan un importante avance en los modelos de recesión costera, especialmente en su relación con las condiciones geomecánicas del medio y su respuesta ante condiciones variables del nivel medio del mar producidas por el cambio climático.

Palabras clave: costa acantilada, erosión-recesión, geomorfología costera, mecánica de rocas, till

## ***Process-response coastal-recession model and its application to the Holderness coast (UK)***

### ABSTRACT

*At the moment the development of predictive cliff-erosion models is limited from a geomorphological perspective due to the complex interactions existing between coupled processes acting over wide scales of time and space. Current models incorporate a probabilistic framework in order to simulate coastal recession events or cliff failure and tend to assess the effects of climate change through changes in the mean sea level. According to this procedure, the resulting simulations of cliffs with different behaviours might produce identical annual retreat characteristics even if their potential response to changing environments may not be the same. Thus, a new process-response model is developed to incorporate the behavioural characteristics of cohesive clay coasts with a protective talus wedge under erosive processes. To this end, the model incorporates dynamic marine processes such as variations in mean sea level, tides and waves together with cliff evolution in the shape of erosion, cliff failure and the formation of foot talus deposits. Cliff erosion is calculated on the basis of sea-level changes, wave incidence, shore platform slope and the uniaxial compressive strength of the rock over each tidal cycle. After each cycle the geomechanical stability against topple movement of the cliff face is evaluated and in the event of failure, a talus wedge is formed. The model has been corroborated by an assessment of profile evolution at various locations along a rapidly retreating area on the coast of Holderness in the UK. The results represent an important step-forward in linking material properties to cliff recession processes and the subsequent long-term coastal response in the face of changing sea-level conditions.*

*Key words: coastal cliff, coastal geomorphology, erosion-recession, rock mechanics, tills*

## Introducción

Alrededor del 50% de la población mundial vive en una banda de 60 Km de ancho que sigue a la línea de costa, lo cual requiere una especial atención al desarrollo socioeconómico y una planificación integrada de los recursos naturales junto con los espacios ocupados por el ser humano (Eurosion, 2004). La franja costera mundial presenta una destacada incidencia de episodios naturales de rango extraordinario, desde tsunamis hasta tormentas de cierta magnitud, que hacen especialmente vulnerables aquellas áreas donde las actividades antrópicas se ven fuertemente afectadas por dichos sucesos. En sentido más específico, el litoral europeo y, en particular, el español, presenta numerosos ejemplos de implantación de usos del suelo que no han tenido en cuenta, por desconocimiento o imprudencia, su actividad morfodinámica (Ayala-Carcedo y Olcina, 2002; Davidson-Arnott, 2010). Por ello, la creación de un modelo que permita simular el estado futuro de un sistema dinámico, como el sistema acantilado costero, es de vital importancia en el desarrollo sostenible de la franja costera.

Las distintas aproximaciones al conocimiento de la franja costera como sistema dinámico reconocen un comportamiento complejo (Castedo, 2010; Paredes *et al.*, 2012) que es el resultado de las interacciones entre un gran número de procesos naturales y humanos, que actúan sobre un amplio rango de escalas espaciales y temporales. El sistema acantilado costero se suele describir como resultado del acoplamiento entre procesos de erosión fuertemente dependientes de las condiciones marinas, de la resistencia y la litología del material rocoso, y fenómenos de transporte de sedimentos ampliamente heterométricos (Trenhaile, 1987; Sunamura, 1992; Lee y Clark, 2002; Bird, 2008). Dichos sistemas suelen presentar una dinámica compleja, que se encuentra frecuentemente perturbada por la ocurrencia de movimientos del terreno de muy diversa índole, como deslizamientos, vuelcos o caídas de bloques rocosos de la pared del acantilado, que además pueden verse desencadenados por intervenciones antrópicas directas o indirectas. Por tanto, en costas acantiladas que presenten fenómenos recesivos de relevancia (del orden de metros a decenas de metros) en la mesoescala (de 0 a 100 años), es crucial el conocimiento tanto de la posición y forma del acantilado, como de las condiciones climáticas e hidrodinámicas existentes en dicha zona, de los materiales presentes y de las estructuras realizadas artificialmente que puedan modificar la dinámica natural del acantilado.

El conocimiento y estimación de los factores condicionantes de la recesión costera a corto plazo es tarea

fundamental para que las políticas de gestión y ordenación costera (como por ejemplo, la Ley 22/1988 de 28 de Julio, de Costas) no fracasen, puesto que, en términos humanos, cambios inesperados en la costa se traducirían en la pérdida de inversiones, reparaciones costosas, nuevos peligros medioambientales e incluso la pérdida de vidas (Ayala-Carcedo y Olcina, 2002).

A más largo plazo, la incertidumbre en los efectos que el cambio climático puede provocar, plantea la necesidad de estimar las consecuencias en el litoral, como resultado de la variación global del nivel del mar y del cambio en dirección y magnitud de los frentes de tormentas. Recientemente, las interpretaciones cualitativas a los análisis efectuados en este sentido muestran que, si se produce un rápido ascenso del nivel del mar y aumenta la intensidad de las tormentas, se prevé un aumento de la tasa de erosión costera (Sunamura, 1992; Medina *et al.*, 2004). Sin embargo, se desconoce cuantitativamente cuál será el incremento provocado en la recesión costera a lo largo del tiempo frente a las tasas de retroceso actuales.

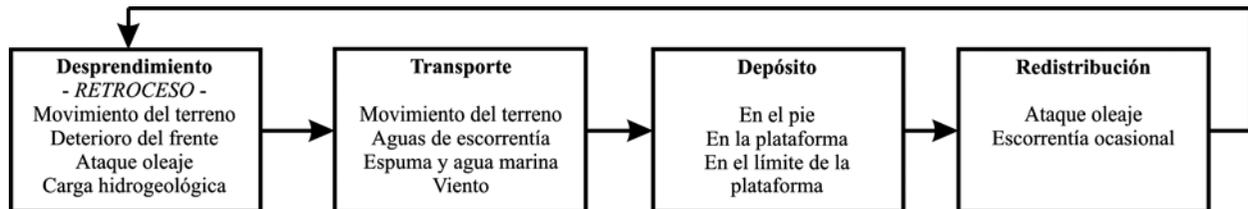
El retroceso de acantilados es un proceso dinámico retroalimentado (lo que sugiere tener en cuenta un efecto memoria) mediante el cual se produce una pérdida de terreno, tierra adentro, de la línea que demarca el borde superior o cresta del acantilado, causado por el movimiento o caída de materiales hacia el mar.

Se trata de un proceso que puede ser simplificado a cuatro estados, secuencialmente distribuidos en el tiempo, que implican (Figura 1): *el desprendimiento*, de pequeños fragmentos a grandes bloques de material rocoso o poco competente que constituye el acantilado; *el transporte*, de todo o parte del material desprendido; *el depósito*, de este material en el frente del acantilado, en la plataforma o playa o mar adentro, y *la redistribución*, del material movilizado o su barrido por la acción marina, que deja de nuevo al descubierto el frente del acantilado exponiéndolo otra vez a la acción de los agentes erosivos.

Este proceso puede presentar diferentes velocidades de retroceso en función de diversos condicionantes; por ejemplo, los depósitos glaciares presentan unas tasas promedio para la costa de Holderness (Reino Unido) de 1,55 m/año (Quinn *et al.*, 2009), por el contrario, este mismo tipo de depósito en Long Island (Nueva York, USA) tiene unas tasas de recesión estimadas que varían entre 0,06 y 0,6 m/año (Bounaiuto y Bokuniewicz, 2005). En lo referente a España, donde no existen depósitos glaciares costeros, cabe señalar el trabajo de Del Río *et al.* (2009) sobre costas acantiladas en el litoral gaditano, donde se estiman recesiones que varían desde 0,2 m/año para materiales

arenosos y arcillosos, hasta 0,7 m/año para areniscas, arcillas y margas, con similares condiciones oceanográficas. Otros estudios a señalar en España son los realizados por Blanco-Chao *et al.* (2003) y Blanco-Chao *et al.* (2007), en los que se estudia los efectos oceanográficos sobre la plataforma rocosa de varios lugares en Galicia, presentando tasas de erosión muy pequeñas.

ecuaciones que rigen los fenómenos físicos (modelos matemáticos). Algunos de estos modelos, con el objetivo de incorporar la incertidumbre y variabilidad de los fenómenos modelados, suelen hacer uso de procedimientos estocásticos (Lee, 2008). Sin embargo, al igual que sucede en las otras líneas de trabajo, para la calibración de sus parámetros utilizan registros históricos, catálogos que se completan mediante observa-



**Figura 1.** Diagrama de flujo sobre el proceso de retroceso de acantilados.  
**Figure 1.** Flow chart of the cliff recession process.

A pesar de la importancia socioeconómica del medio litoral acantilado, los modelos para reproducir o pronosticar fielmente su comportamiento son muy escasos (Lee y Clark, 2002; Castedo, 2010). En la actualidad, pueden diferenciarse varias líneas en las que éstos se encuadran (Castedo, 2010; Paredes *et al.*, 2012). Cada una de estas líneas trata de cubrir las necesidades existentes mediante una formulación particular a la hora de estimar los valores de erosión-recesión, puesto que, debido a la complejidad y particularidad de los problemas de recesión, para cada zona litoral, la aplicación de un método simple y universal no es posible.

La primera línea está basada en el análisis estadístico de la recesión costera a lo largo del tiempo. Los datos extraídos se tratan para obtener una extrapolación de las tendencias pasadas para pronosticar las tasas en el futuro (Amin y Davidson-Arnott, 1997; Lee, 2008). En la segunda línea están los modelos empíricos; modelos sencillos que tratan de aportar una idea cualitativa de los posibles cambios en la tendencia de recesión futura como respuesta al cambio en algún factor determinante (Bray y Hooke, 1997; Trenhaile, 2009b; Quinn *et al.*, 2010). A la tercera línea pertenecen los modelos puramente probabilísticos en los que se incorpora un modelo estocástico de los procesos físicos erosivos implicados (Milheiro-Oliveira, 2007; Furlan, 2008; Hapke y Plant, 2010). La cuarta y más moderna, desarrolla los modelos denominados de proceso-respuesta (Walkden y Hall, 2005, 2011; Trenhaile, 2009a; Castedo, 2010; Paredes *et al.*, 2012). Estos últimos incorporan numerosos factores que influyen en el proceso recesivo a través de relaciones empíricas (ensayos de laboratorio) o de la formulación de las

ciones directas sobre el terreno o aplicaciones en SIG (DSAS, Thielier *et al.*, 2009) sobre imágenes aéreas o satelitales históricas georreferenciadas o incluso ortorrectificadas (Hermosilla *et al.*, 2008).

El presente trabajo tiene como objetivo el estudio y análisis de un modelo de proceso-respuesta de recesión costera en acantilados y su respuesta a la variación del nivel medio del mar, incorporando técnicas de análisis de estabilidad geotécnica (Timoshenko y Gere, 1978), y su aplicación en la Costa de Holderness (Reino Unido). Esta es una idea innovadora, puesto que hasta ahora los modelos de proceso-respuesta incluían análisis estadísticos para evaluar el momento de caída del material. Para ello el presente trabajo comienza en primer lugar exponiendo las condiciones geológicas y erosivas del lugar de aplicación del modelo. Posteriormente, se presenta el modelo desarrollado en base a las observaciones del lugar de estudio y se exponen los resultados obtenidos por el mismo. Finalmente, se exponen las conclusiones extraídas del análisis de los resultados.

### **Zona de estudio: la costa de Holderness (Reino Unido)**

La Costa de Holderness está situada en la zona noroeste de Inglaterra, pertenece al distrito de Yorkshire del Este y es parte del condado de Yorkshire (Figura 2). Constituye una de las costas naturales más jóvenes de Inglaterra (Pringle, 1985; Quinn, 2009), con una extensión aproximada de 60 Km, compuesta en su mayoría por depósitos de tills formando costas acantiladas desde los 3 m hasta los 35 m de altura, y pre-

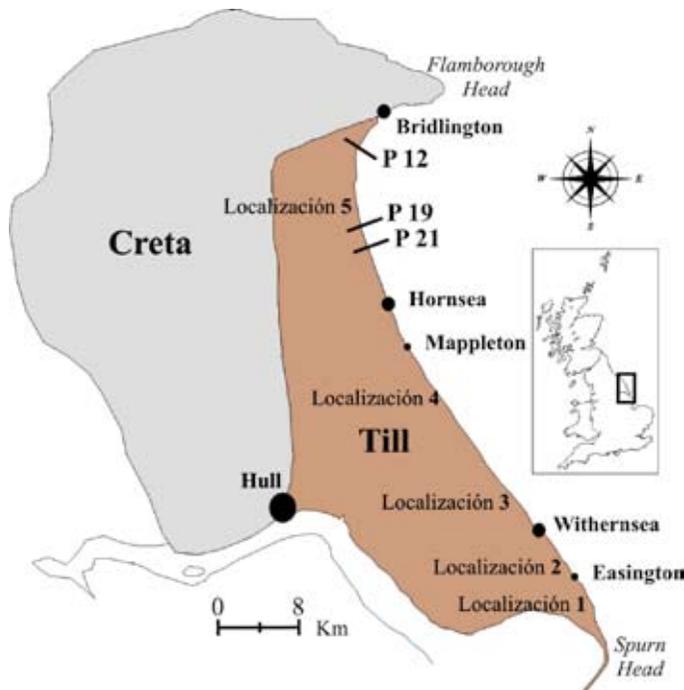
sentando unas pendientes en torno a los  $55^\circ$ , aunque existen áreas donde se pueden encontrar pendientes mayores, llegando incluso a ser verticales (Gibbons, 2004). Esta zona costera está limitada, al norte, por el Cabo de Flamborough y, al sur, por el Cabo de Spurn, presentando una línea de costa con aspecto de "S".

La actividad humana se concentra en los núcleos de población: Bridlington, Hornsea, Hull y Withernsea. La actividad económica de la zona se fundamenta en la agricultura, las energías renovables y el turismo; en este sentido, cabe destacar que las infraestructuras de comunicación se encuentran muy cerca de la línea de costa (Quinn *et al.*, 2010).

donde distingue tres unidades diferentes: el *Basement*, el *Skipsea* y el *Withernsea* till. Todos ellos son depósitos subglaciares que presentan una buena clasificación granular. La fracción de finos está en torno al 60%, mientras que los tamaños de grano superiores al tamaño arena no superan el 15%. El *Basement till* es el más antiguo de todos, se estima su deposición durante el interglaciar Ipswichense o Riss-Würm ( $>125$  ka) y, generalmente, se encuentra bajo el nivel del mar en toda la costa, salvo en algunas zonas cerca de Withernsea. Estos depósitos contienen clastos erráticos provenientes del Norte de Inglaterra. Además, su contenido en arcilla es ligeramente superior a los demás, lo que le dota de mayor plasticidad. Sobre éste se encuentra el *Skipsea till* y, a su vez, localmente sobre él, se encuentra el *Withernsea till* (Figura 3). Ambos han sido dados (Catt, 2007) sobre la glaciación de Würm o Wisconsin (Devensiano tardío), hace alrededor de 12 ka. El *Withernsea till* se acuña lateralmente sobre el *Skipsea till*, llegando a desaparecer cerca de Mappleton, en el norte, y cerca de Easington, en el sur, con el resto de secciones costeras dominadas por el *Skipsea till*. Mientras que el *Skipsea till* contiene clastos erráticos del Carbonífero, el *Withernsea till* contiene areniscas del Triásico. En ambos se pueden encontrar depósitos Cretácicos, aunque en menor cantidad en el *Withernsea till*. Diversos ensayos de campo y de laboratorio han mostrado que todos los tipos de depósitos glaciares presentes en la zona muestran esencialmente las mismas características geotécnicas (Marsland y Powell 1985; Bell, 2000; Bell, 2002; Quinlan, 2005) (Tabla 1).

- **Depósitos no-glaciares.** Se trata de varios depósitos no glaciares intercalados entre las principales unidades litoestratigráficas, compuestos fundamentalmente por arcillas, limos, arenas y gravas. Su origen está en la presencia de arroyos, canales o lagos glaciares, proglaciares y subglaciares (Catt, 2007; Quinn *et al.*, 2010).

En cuanto a las características oceanográficas de la zona, el oleaje, dominante en la costa de Holderness, está generado por los vientos provenientes del norte en dirección sur-oeste, creando una línea de costa orientada en su mayor parte de NW a SE (Figura 2). La amplitud de marea presente en Holderness puede alcanzar los 5 m, siendo 2,75 m la altura máxima media en mareas vivas y -2,25 m la altura mínima media en mareas vivas; mientras que para mareas muertas los valores varían desde 1,5 m a -1,4 m (alturas sobre OD – Quinn, 2009). La amplitud de marea y su periodo se han introducido en el modelo como los valores medios ( $A_m = 3$  m y  $T = 12,46$  h) de los últimos tres años obtenidos del *National Oceanography Centre (UK)*. La

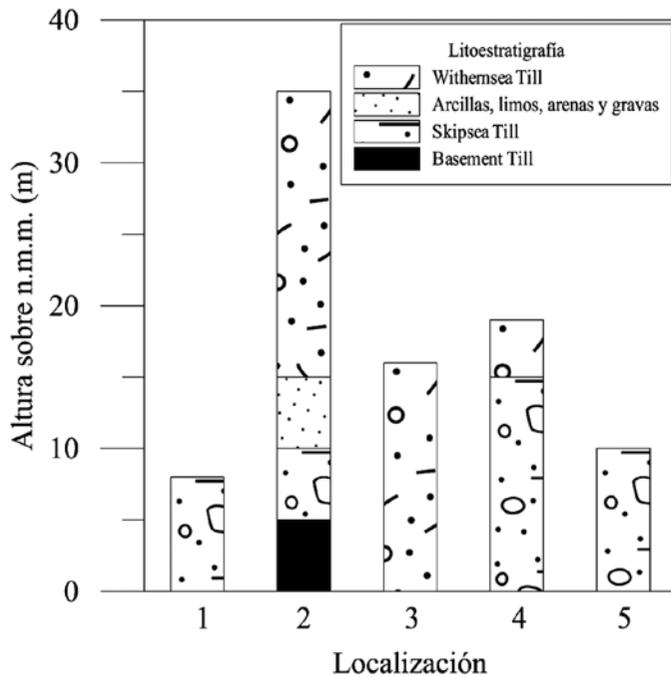


**Figura 2.** Esquema geológico y de localización de la costa de Holderness.

**Figure 2.** Location and geological sketch of the Holderness coast.

Litoestratigráficamente, la costa de Holderness, se organiza según las siguientes unidades (Figura 2 y Figura 3):

- **Creta** (depósitos Cretácicos). Constituyen el basamento en la costa de Holderness y datan desde el Santoniano (85,8 Ma) hasta el Maastrichtiano (65 Ma) (detalles sedimentológicos en Mortimore *et al.*, 2001). A lo largo de toda la costa estos depósitos se encuentran a una profundidad de, al menos, 30 m bajo el n.m.m. utilizado en Inglaterra (*Ordnance Datum Newlyn – OD*) (Berridge y Pattison, 1994; Quinn *et al.*, 2010).
- **Depósitos de tills.** La división más aceptada dentro de estos materiales es la aportada por Catt (2007),



**Figura 3.** Columnas litoestratigráficas para varias localizaciones en la costa de Holderness (obtenido de Berridge y Pattinson, 1994; Catt, 2007). Las localizaciones aparecen indicadas en la Figura 2.

**Figure 3.** Cliff-face logs for various locations along the Holderness coast (after Berridge and Pattinson, 1994 and Catt, 2007). Locations are indicated in Figure 2.

altura significativa media del oleaje para esta zona obtenida del *National Oceanography Centre (UK)*, como valor medio de los últimos 3 años, es de 0,98 m con un periodo  $T_b = 7,66$  s, siendo el umbral considerado para tormentas de 3 m. El oleaje de mayor energía registrado ha llegado a alcanzar los 5,8 m (Prandle *et al.*, 2001). Según los datos aportados por Hulme *et al.* (2002), los cambios en Inglaterra para el nivel medio del mar se prevén similares a los que se producirán a nivel global, en torno a unos 0,2-0,8 m en los próximos 100 años. El valor introducido en el modelo ha sido de 0,6 m para el próximo siglo (Gibbons, 2004; Quinn, 2009). Sin embargo, es muy probable que existan diferencias a nivel local debidas a las corrientes oceánicas y a las presiones atmosféricas, así como a los posibles movimientos verticales del terreno (isostasia). Para la zona de Holderness se estima que

la subsidencia del terreno será de aproximadamente 0,09 m para el año 2050 (Eurosion, 2004).

La costa de Holderness presenta las mayores tasas de recesión en acantilados de toda Europa (Eurosion, 2004); debido principalmente a la morfología del litoral, la baja resistencia de los materiales expuestos, el carácter variable de la playa y la fuerza del oleaje. La tasa media de recesión para toda la costa, desde Bridlington hasta Easington, es de 1,55 m/año (Quinn *et al.*, 2009) y se estima que las pérdidas de costa han sido de unos 207 Km<sup>2</sup> desde los primeros asentamientos Romanos en la zona (Bird, 2010). Debido a la problemática presente en la zona, el distrito de Yorkshire del Este lleva a cabo, desde 1951, un importante programa de toma de datos tanto de recesión en acantilados como de la evolución de 136 perfiles de acantilado a lo largo de toda la costa (situados cada 500 m), desde Bridlington hasta el cabo de Spurn (Coastal Explorer, 2011).

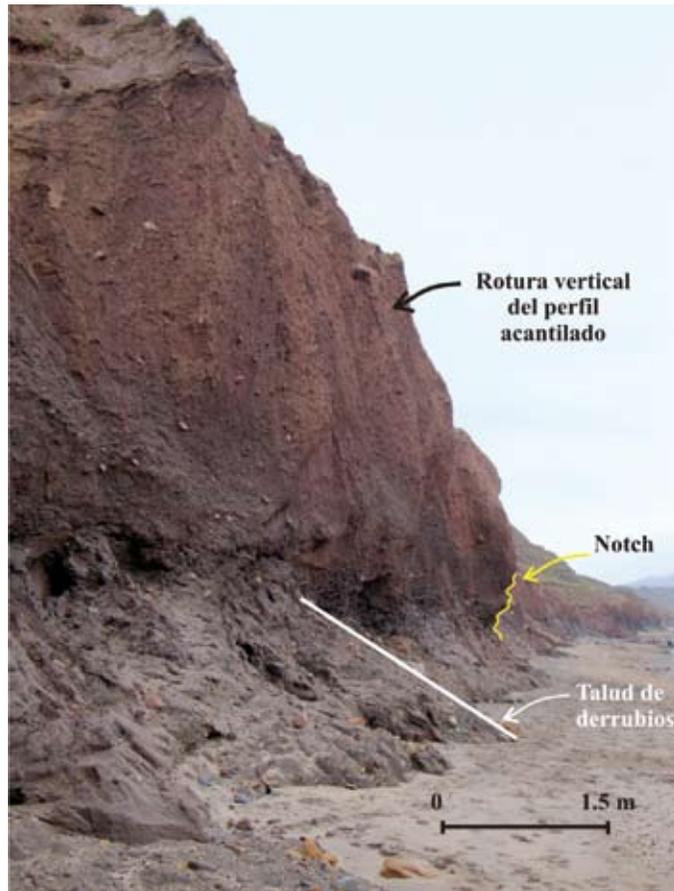
Los acantilados en Holderness (Figura 4) presentan una plataforma rocosa a su pie, que en algunas ocasiones está cubierta en la zona intermareal por una playa variable (Quinn *et al.*, 2009). Dichas playas fluctúan regularmente en respuesta a las condiciones marinas actuantes, siendo habitual la desaparición total de la misma en la zona intermareal por la creación de barras sumergidas (Pringle, 1985), incrementándose, en la plataforma y el acantilado, la susceptibilidad a la erosión marina (Gunn *et al.*, 2006).

Los mecanismos de ruptura geomecánica según la litología afectada y su geometría, a lo largo de la costa de Holderness, han sido objeto de estudio y controversia durante los últimos 30 años. Diferentes mecanismos de rotura han sido propuestos por diversos autores. Hutchinson (1986) sugirió que el principal mecanismo de recesión son grandes deslizamientos rotacionales producidos en periodos de retorno de aproximadamente 12 años. Robertson (1990) observó que los mecanismos de rotura iban desde pequeñas caídas o vuelcos a grandes deslizamientos, destacando, como mecanismo de recesión principal, la acción directa del mar por descalce o socavamiento basal, seguida de pequeños movimientos del terreno para acantilados con una altura menor a 10-12 m. Pethick (1996) refuerza esta idea añadiendo que los acantilados de pequeña altura están

Unidad litoestratigráfica	$\sigma_c$ (kPa)	$\sigma_{cR}$ (kPa)	$c'$ (kPa)	$c'_w$ (kPa)	$\phi'$	$\phi'_w$
Withernsea Till	160	136	23	17	25	16
Skipsea Till	182	164	24	21	21	19
Basement Till	186	156	34	-	29	23

**Tabla 1.** Principales características geotécnicas de los depósitos glaciares presentes en la costa de Holderness. Datos obtenidos de Marsland y Powell (1985), Bell (2000), Bell (2002) y Quinlan (2005).

**Table 1.** Main geotechnical characteristics of the Holderness coastal till unit (after Marsland and Powell, 1985; Bell, 2000; Bell, 2002 and Quinlan, 2005).



**Figura 4.** Acantilado tipo de 6 m de altura sobre n.m.m. y constituido en su totalidad por depósitos glaciares *Skipsea*. Escala vertical igual que horizontal.

**Figure 4.** Six-metre-high (AOD) coastal cliff composed of *Skipsea* tills; horizontal and vertical scales are the same.

dominados por roturas superficiales, llegando a producir, en cada evento recesivo, un retroceso de 1 a 2 m.

La altura del frente del acantilado se ha identificado como el principal factor condicionante del mecanismo de rotura para la totalidad del área de estudio (Robertson, 1990; Bird, 2010; Quinn *et al.*, 2010). Otros factores, como la pendiente del talud (proceso de verticalización), las características geotécnicas de los materiales o la cantidad de material caído que forma un talud de derrubios al pie del mismo, pueden llegar a condicionar tanto el mecanismo como la magnitud de la rotura (Berridge y Pattinson, 1994; Gibbons, 2004; Quinn *et al.*, 2010). Todos estos autores concluyeron y demostraron que la recesión en los acantilados de unos 7 m de altura sobre el n.m.m. se debe principalmente a la acción directa del mar, así como a roturas planas o vuelcos de pequeña dimensión (Figura 4). Sin embargo, los acantilados cuya altura varía entre los 7 y 15 m sobre el n.m.m. son también susceptibles a la recesión debida a la acción directa del mar, pero pueden generar deslizamientos que dan lugar a menores

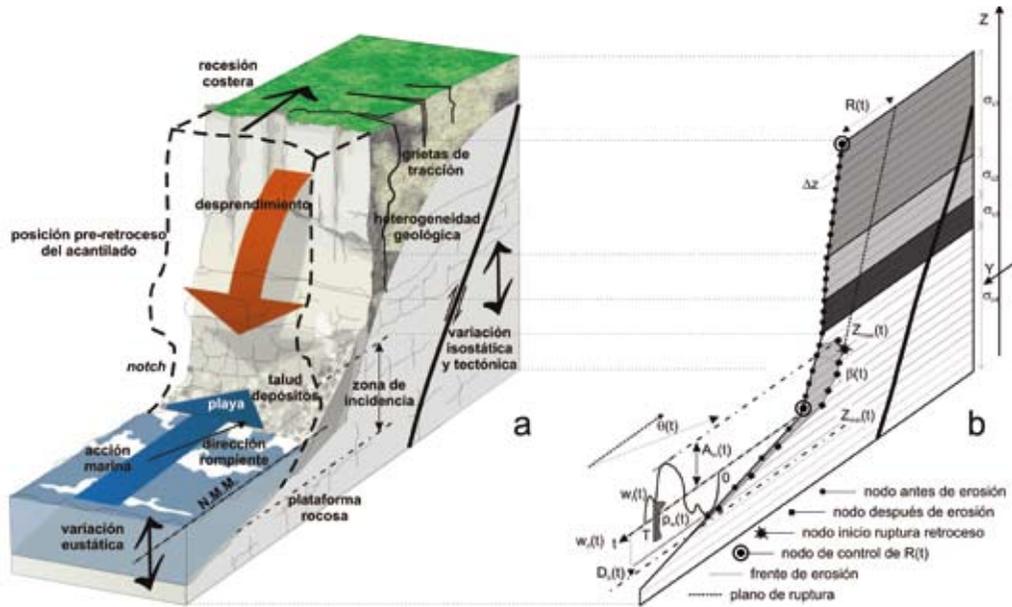
pendientes, haciendo de éste el mecanismo principal en el retroceso de este tipo de acantilados (Robertson, 1990; Quinn *et al.* 2010). Por último, los acantilados con alturas superiores a los 15 m sobre el n.m.m. presentan una recesión caracterizada por grandes movimientos del terreno como caídas, vuelcos o deslizamientos (Gibbons, 2004; Quinn *et al.*, 2010).

### Modelo proceso-respuesta de recesión costera

El proceso de erosión-recesión de un acantilado afecta desde el borde del acantilado hasta la rompiente del oleaje. Por ello, es habitual agrupar este sector en un único elemento simple denominado unidad dinámica de acantilado o UDA (Lee y Clark, 2002; Castedo, 2010). Cada UDA está constituida por un bloque 3D de costa acantilada, dentro de un tramo de sección costera, con características geológicas y oceanográficas homogéneas y representable por una sección vertical (Figura 5). En dicha sección vertical se reflejan las interrelaciones que aparecen entre los procesos morfodinámicos y las formas resultantes a lo largo del tiempo, en la cresta, en el frente del acantilado y en su plataforma rocosa (incluido talud de derrubios). La simplificación plana de este elemento facilita el estudio y la modelización de la complejidad del proceso erosivo-recesivo-sedimentario que tiene lugar en el litoral acantilado. La agrupación y acoplamiento de UDA contiguas de características morfodinámicas semejantes forma lo que se denomina sección costera. Por estos motivos, el concepto de UDA proporciona un marco simple e interesante para la modelización del acantilado (Brundsen y Lee, 2004; Castedo, 2010).

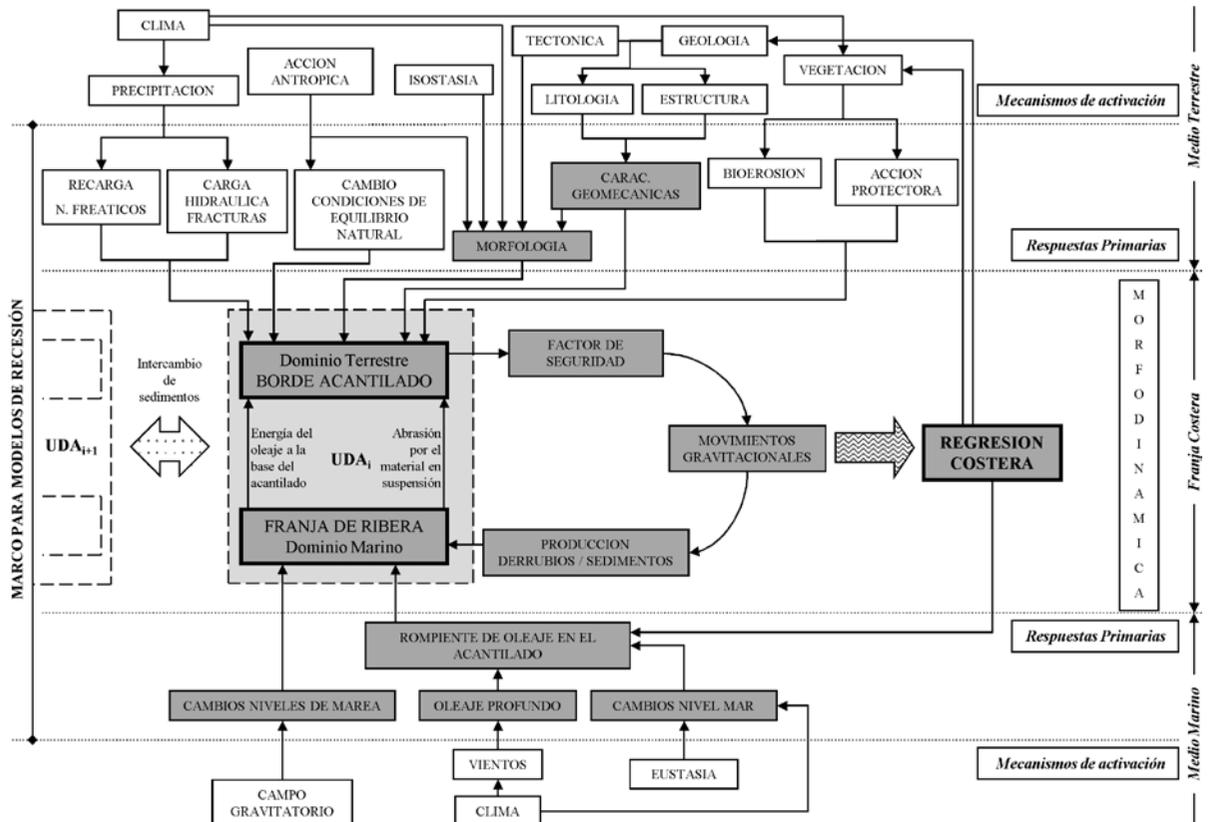
En la modelización de una UDA es necesaria la creación de un modelo conceptual adecuado que ponga de manifiesto las complicadas relaciones y retroalimentaciones que dan lugar a un comportamiento dinámico altamente complejo. Para ello, hay que tener en cuenta los elementos que pueden influir en el proceso erosivo-recesivo-sedimentario, y de qué manera se traduce, esa influencia, en cada sistema litoral acantilado (Sunamura, 1992). Los procesos que ocurren sobre una UDA son desencadenados por una serie de mecanismos de activación que, según su origen, pueden operar tanto en el dominio terrestre, como en el dominio marino (Castedo, 2010). Los mecanismos de activación se transforman en una sucesión de respuestas primarias que son, fundamentalmente, los elementos activadores del cambio y, además, son particulares de cada sistema acantilado (Sunamura, 1992; Bird, 2008).

A partir de la propuesta de Castedo (2010) como marco conceptual de funcionamiento del sistema acantilado en la franja costera (Figura 6), el modelo numérico



**Figura 5.** Sección esquemática de la franja costera modelada (Castedo, 2010). (a) Bloque diagrama representando los elementos geomorfológicos y los procesos erosivos que se dan lugar en la recesión costera; (b) sistema de referencia, discretización espacial del perfil, y funciones más relevantes incorporadas en el modelo (ver notación al final de texto).

**Figure 5.** Schematic profile of the cliff shore (Castedo, 2010): (a) 3D generic coastal cliff unit, representing geomorphological elements and erosive processes involved in cliff recession; (b) spatial scheme of a cliff section, showing the main variables taken into account in the model (for details, see glossary of terms at the end of the text).



**Figura 6.** Diagrama conceptual de los sistemas e interacciones más relevantes a tener en cuenta para la realización de un modelo de recesión de acantilados costeros. Sombreados los procesos incorporados en este modelo (adaptado de Castedo, 2010).

**Figure 6.** Flowchart illustrating activation mechanisms and primary responses to be taken into account in a coastal cliff recession model; shaded boxes are those processes incorporated within this model (adapted from Castedo, 2010).

utilizado (Paredes *et al.*, 2012) se basa en las ecuaciones simplificadas del oleaje (USACE, 1984) para evaluar la interacción entre la dinámica marina, la morfología costera y la erosión-recesión-deposición de los materiales que conforman el perfil de un acantilado.

Las respuestas primarias, que se han tenido en cuenta para este trabajo de investigación, se han determinado en función de las observaciones de campo en el lugar de trabajo y aplicación del modelo, la costa de Holderness.

importante incertidumbre sobre la distribución de  $F_w$  en profundidad, lo cual se resuelve en el modelo agregando una función de forma  $p_w(z,t)$  que modifica proporcionalmente a  $F_w$ . Esta función de forma recoge el efecto acoplado de un elevado número de procesos de descripción incierta, y cuya expresión matemática ha sido aproximada por Paredes *et al.* (2012) a partir de datos experimentales extraídos en ensayos de laboratorio (Skafel y Bishop, 1994; Skafel, 1995), como un polinomio de *Tchebycheff* racional (orden 5/6).

Formalmente, para cada paso de tiempo (constituido por un periodo de marea -  $T$ ) la erosión en cada punto del perfil  $y(z,t+T)$  se calcula con la expresión:

$$y(z,t+T) = y(z,t) \pm \frac{H_b^{13/4}(t)T_b^{3/2}(t)}{K\sigma_c(z)} \left( \frac{\partial y(z,T)}{\partial z} \right)^{-1} \int_0^T p_w(w_i(t) + w_{ri}(t) - z) dt \quad (1)$$

### Módulo de erosión

Para la formulación del modelo se considera el sistema de referencia *OZY* global, con origen en el nivel medio del mar en el instante inicial (Figura 5b). Se representa por  $y(z,t)$  la posición planimétrica del frente de la interfase roca/agua/aire (Figura 5b) para cada punto con cota  $z$ , cuya evolución en el tiempo  $t$  se modela en forma del desplazamiento de éste para cada punto del perfil del acantilado. La adopción de este sistema de referencia permite la definición de oquedades basales (*notch*) y otro tipo de entrantes habituales en las costas rocosas.

Sobre el medio terrestre (caracterizado por las fuerzas resistivas -  $F_R$ ) se han supuesto unas características litológicas homogéneas o con una estratificación subhorizontal (Figura 5b). Como valor representativo de las características geomecánicas del material, el modelo incorpora la resistencia a compresión  $\sigma_c(z)$  de cada unidad litoestratigáfica que se encuentre a cota  $z$  sobre el nivel medio del mar (Budetta *et al.*, 2000; Wolters y Müller, 2008). Otros autores han propuesto el uso de otros parámetros como la resistencia a la tracción (Tsujiyamoto, 1987), la cohesión (Wilcock *et al.*, 1998), el módulo de Young (Mano y Suzuki, 1999), o la resistencia al esfuerzo cortante (Trenhaile, 2009a). Sin embargo, por simplicidad, cantidad de datos bibliográficos y fiabilidad en las medidas, la resistencia a compresión simple es el más comúnmente utilizado.

Por otro lado, las fuerzas erosivas ( $F_w$ ) que genera un oleaje cuya altura en la rompiente es  $H_b=0,78*D_b$ , varían principalmente en función de la profundidad  $z$  según las condiciones hidrostáticas e hidrodinámicas, del nivel de marea, de la pendiente del terreno, y de la batimetría (USACE, 1984). Su incidencia, en mayor o en menor grado, de forma conjunta se traduce en una

donde  $T_b$  es el periodo del oleaje;  $(\partial_z y(z,T))^{-1}$  es el inverso de la pendiente local (Figura 5b), o inclinación para cada punto del perfil  $y(z,T)$ ;  $w_i(t)$  es la onda de marea, implementada como una función senoidal; y  $K$  representa ciertas constantes hidrodinámicas inciertas (Kamphuis, 1987) y su valor se obtiene a través de la calibración del modelo con datos históricos de recesión. El efecto en la variación del nivel del mar se introduce a través de la función  $w_{ri}(t)$ , que modifica el nivel medio del mar cada cierto tiempo  $t$ , en el que el ascenso / descenso del nivel del mar llegue a ser igual o superior al valor de  $\Delta z$  (Figura 5b). Siguiendo los resultados aportados por Paredes *et al.* (2012), la regla de cuadratura de Simpson y la regla de derivación de 2 puntos con un valor de  $\Delta t = 448,56$  s y un valor de  $\Delta z = 0,05$  m, son las elecciones más eficientes en cuanto a tiempo de cálculo y precisión en los resultados obtenidos.

### Módulo de estabilidad geomecánica del material

Las observaciones realizadas en el campo (noviembre, 2010), junto con la revisión bibliográfica de la zona de estudio (Mason and Hansom, 1989; Quinn, 2009; Bird, 2010; Quinn *et al.*, 2010), destacan la existencia de un *notch* en la base del acantilado que puede producir la desestabilización del mismo, induciendo a su rotura. Generalmente el tipo de roturas observadas en acantilados de la zona de estudio con altura inferior a 7 m sobre el n.m.m., son tipo vuelcos con planos de rotura verticales (Figura 4) o subverticales (> de 85°). Lo que se corrobora por la ausencia de estrías de deslizamiento sobre la superficie de rotura (Bell, 2000 y 2007; Craig, 2004; Kogure *et al.*, 2006), que sólo muestra pequeñas ondulaciones, rasgo co-

mún en roturas por vuelco (Bell, 2007). Por tanto, es razonable pensar que los taludes que aparecen al pie de los acantilados son generados por los materiales caídos del propio acantilado (Figura 4).

Se considera que el proceso de rotura tiene lugar en tres fases: (1) el desarrollo de un *notch* deja el material suprayacente como un modelo de *cantiléver* o viga en voladizo (Langendoen, 2000; Kogure *et al.*, 2006), con un apoyo fijo (macizo rocoso) y sin soporte al pie (*notch*); (2) se produce un aumento considerable de la tensión a tracción en la cresta del talud por el efecto de su propio peso; (3) si ese aumento es suficientemente grande, superando la resistencia a tracción, se produce el fallo y caída del material. El modelo de viga en voladizo ha sido utilizado con éxito en otros ambientes geomorfológicos como cauces de ríos (Langendoen, 2000), acantilados en valles (Matsukura, 1988) y para el estudio forense de roturas de acantilados costeros sobre cretas en Japón (Kogure *et al.*, 2006).

El modelo simplificado de viga en voladizo que se ha utilizado no considera la formación de grietas de tracción ni la concentración de tensiones en su extremo, por lo que se supone una distribución lineal de tensiones dentro del talud (Figura 7). Los mayores valores de tensión a tracción aparecen en el tramo superior de la sección del voladizo, mientras que las mayores tensiones a compresión aparecen en el tramo inferior de la sección del voladizo. Bajo esta hipótesis la máxima tensión a flexión ( $\sigma_{t-max}$ ) dentro del talud que queda en voladizo se puede expresar como:

$$\sigma_{t-max} = \frac{M}{W_z} \quad (2)$$

donde  $W_z$  es el módulo resistente de la sección y  $M$  el momento flector (Timoshenko y Gere, 1978). Para un acantilado en voladizo de perfil irregular, de anchura  $b$ , altura  $h$ , profundidad máxima de *notch*  $L$ , peso  $P$ , y cuyo centro de gravedad dista  $L'$  del punto más erosionado del *notch* (Figura 7), los valores de  $M$  y  $W_z$  vienen dados por:

$$M = PL' \quad (3)$$

$$W_z = \frac{I_z}{|y|_{max}} = \frac{1/12bh^3}{1/2h} = \frac{1}{6}bh^2 \quad (4)$$

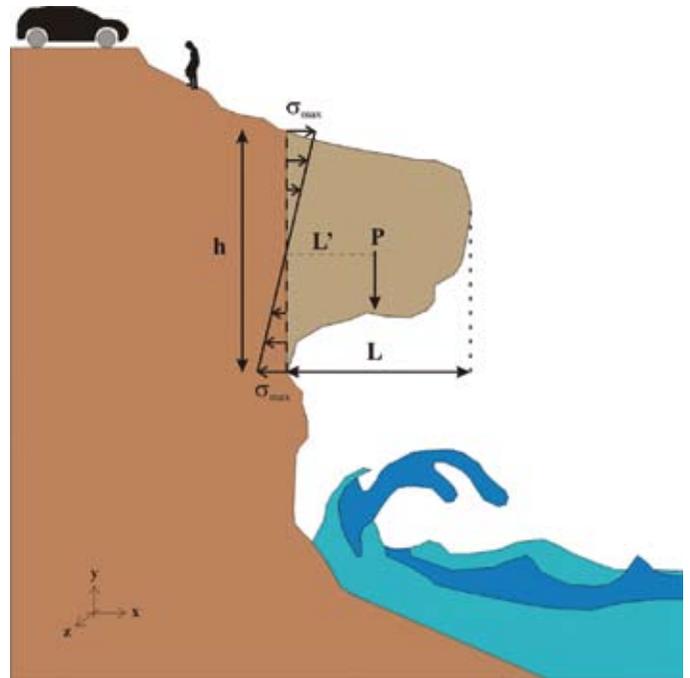
donde el peso del material en voladizo es función de la densidad aparente y de la aceleración de la gravedad.

Se suele considerar que el valor de la resistencia a tracción ( $\sigma_t$ ) es aproximadamente el 10% del valor de la cohesión  $c$  (Willey y Mah, 2004; Bell, 2007), asumiendo así un comportamiento isotrópico de los materiales.

Sin embargo, este valor siempre será mucho menor que el valor de la resistencia a compresión ( $\sigma_c$ ), por lo que la rotura del material se generará siempre en el tramo superior de la sección del voladizo. En este trabajo se considera que la rotura se producirá cuando:

$$\sigma_{t-max} \geq \sigma_t \quad (5)$$

La estabilidad del material en voladizo será analizada a través de esta inecuación (5) para cada paso de tiempo de simulación  $T$ .



**Figura 7.** Distribución de tensiones en un acantilado en voladizo, y representación de las variables principales usadas en el cálculo de su estabilidad (ver notación al final del texto).

**Figure 7.** Stress distribution inside a cantilever cliff and main variables used in the calculation of cliff stability above the notch (for details, see glossary of terms at the end of the text).

### Módulo de formación de talud de derrubios

Después de un evento de rotura (Figura 1) los materiales que se han puesto en movimiento pueden ser arrastrados mar adentro, a otras UDA, o ser depositados *in situ* (Figura 6). Normalmente el material que se deposita al pie de un acantilado actúa como barrera natural, protegiendo al propio talud de la erosión provocada por la acción marina (Figura 4), siendo un factor fundamental en la modelización de acantilados costeros.

En modelos de proceso-respuesta, como los de Walkden y Hall (2005) o Trenhaile (2009a), la formación de un talud de derrubios se introduce de manera muy simple o, incluso, no se toma en consideración.

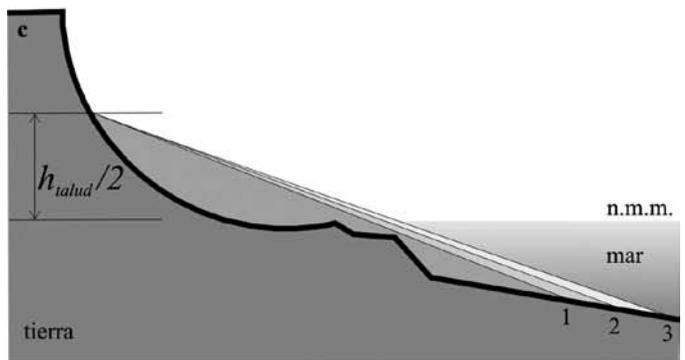
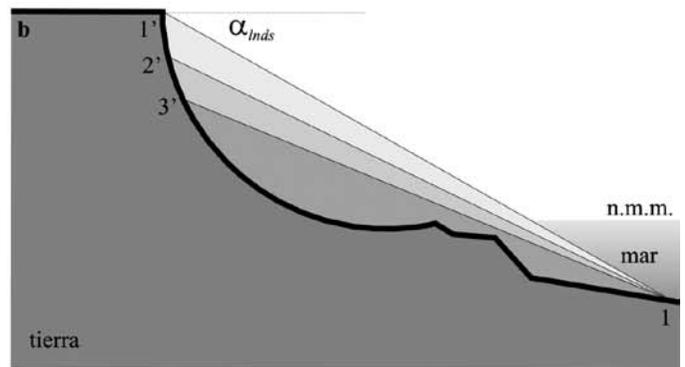
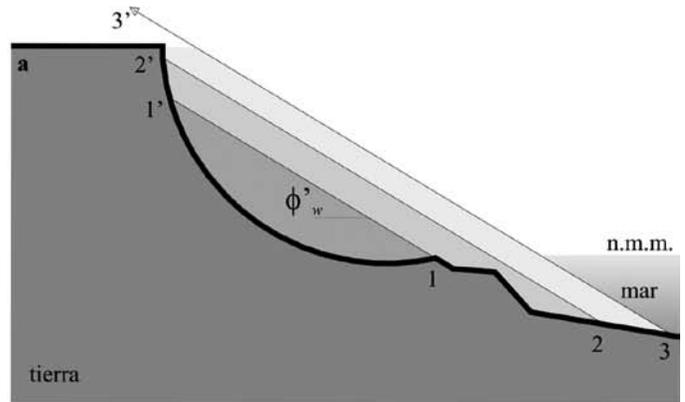
Por ejemplo, Walkden y Hall (2005) suponen siempre la formación de un talud de 45°, condicionando, de esta manera, el volumen de material retenido y sin tener en cuenta ningún criterio de estabilidad geomecánica de los materiales (Bell, 2000).

En el modelo aquí presentado, para cada paso de tiempo de la simulación  $T$ , después de que se produzca un evento de rotura, se evalúa la formación del talud de derrubios. El volumen del material aquí depositado se establece en función del volumen liberado en cada evento de rotura, puesto que una parte de estos materiales liberados son arrastrados por el mar y otra es la que se deposita formando dicho talud. En este sentido, Mason y Hansom (1989) estiman que en promedio el 30% del material caído es arrastrado por las corrientes de deriva litoral, dato apoyado por otros trabajos como el de Gibbons (2004) y Quinn (2009). Este aspecto se corrobora en Newsham *et al.* (2002), donde se relaciona el porcentaje de material depositado con la litología presente en el acantilado.

Los materiales depositados generalmente presentan una resistencia menor que los materiales originales ( $\sigma_{cr}(z)$ ) y, por tanto, la erosión de este material se producirá a mayores velocidades (Sunamura, 1992; Bell, 2000).

Habida cuenta de los diferentes alcances en el movimiento del material caído, en el modelo se han implementado y evaluado secuencialmente tres soluciones diferentes:

- Creación del talud con el ángulo de fricción  $\phi'_w$  característico de cada material y para condiciones en que dicho material esté meteorizado o re TRABAJADO (USACE, 2003; Craig, 2004; Wyllie y Mah, 2004). Desde el punto 1 (Figura 8a) se genera un talud de pendiente igual  $\phi'_w$ . Si el volumen obtenido de esta forma no se corresponde con el volumen estimado que debe depositarse, el punto 1 se mueve (generando sucesivamente el punto 2, 3,... - Figura 8a) hasta alcanzar el volumen remanente tras perderse el porcentaje correspondiente al arrastrado cuasi inmediatamente tras el vuelco por la acción marina. En caso de que no se consiga dicho volumen (3'), el modelo pasa a resolver el talud con una segunda alternativa.
- Creación del talud según el ángulo de alcance  $\alpha_{inds}$  de los materiales desprendidos de un acantilado (Corominas, 1996; Noetzli *et al.*, 2006). Heim (1932) definió de manera empírica el concepto del ángulo de alcance  $\alpha_{inds}$  también llamado ángulo *Fahrböschung*, como un valor característico de la distancia de alcance de los materiales de un talud puestos en movimiento ya sea por vuelcos, caídas o deslizamientos. Corominas (1996) demostró que  $\alpha_{inds}$  es función del volumen de material en movimiento y generó una serie de funciones de regresión que relacionan el volumen de



**Figura 8.** Diagrama conceptual de la modelización del talud de derrubios: (a) criterio del ángulo de fricción; (b) criterio del ángulo de alcance para vuelcos; (c) criterio de la altura media del acantilado basado en observaciones de campo.

**Figure 8.** Conceptual diagram of the modeling for cliff-to-talus transformation: (a) friction-angle criterion; (b) angle-of-reach criterion; (c) half-cliff-height criterion, based on expert field observations.

material con su  $\alpha_{inds}$  desde el punto más alto donde se produce dicho movimiento. Para movimientos en materiales cohesivos como tills, dicha función es  $\log(\alpha_{inds}) = -0.07\log(vol) - 0.214$ . Una vez determinado  $\alpha_{inds}$  (Figura 8b), se estima el punto de corte con la

plataforma rocosa (punto 1 – Figura 8b). Desde ese punto 1, se generan diferentes taludes de derrubios (1', 2', 3',... - Figura 8b) hasta encontrar el talud ajustado al volumen deseado. Si la solución adoptada no se ajusta a la requerida, el modelo pasa a buscar la solución en una tercera y última opción.

- Creación del talud a partir de las observaciones de campo realizadas por diversos expertos en depósitos como los tills (Trenhaile, 1987; Bird, 2008; Quinn *et al.*, 2009). En este caso, el talud se genera considerando como el punto más alto del mismo la mitad de la altura del acantilado ( $h_{\text{talus}}/2$ ), y desde este punto se genera un talud con un ángulo pequeño que va aumentando (1', 2', 3', ... - Figura 8c) hasta obtener el talud requerido en función del volumen determinado.

## Resultados

Las simulaciones requieren la introducción de los datos oceanográficos, las estimaciones de los cambios en el nivel del mar, datos geotécnicos de los materiales y el porcentaje de material caído que forma el talud de derrubios para la costa de Holderness, Yorkshire, Reino Unido (Figura 2); además de los parámetros de discretización espacio-temporal para resolver la ecuación integro-diferencial (1).

Los datos oceanográficos y las estimaciones de los cambios en el nivel del mar se han especificado en el segundo apartado. La constante  $K$  ha sido calibrada frente a datos históricos de recesión y tiene un valor de 100. Los datos geotécnicos introducidos se resumen en la Tabla 1 (Marsland y Powell, 1985; Bell, 2000; Bell, 2002; Quinlan, 2005). Además, el porcentaje estimado de material caído en cada evento recesivo se ha considerado en un 70% para el área de estudio (tercera sección del tercer apartado). Los valores  $\Delta t$  y  $\Delta z$  son los referidos en la primera sección del tercer apartado como los más apropiados para la consistencia y estabilidad numérica.

### **Aplicación del modelo: desde Bridlington hasta Hornsea**

El modelo desarrollado en este trabajo se ha aplicado a tres perfiles diferentes (P12, P19 y P21 marcados en la Figura 2) que se encuentran situados entre las ciudades de Bridlington y Hornsea. Dichos perfiles y los datos de recesión históricos necesarios para su ajuste han sido proporcionados por el distrito de Yorkshire del Este, y son de acceso público (Coastal Explorer, 2011). La selección de los tres perfiles se ha realizado en base

a los criterios revisados en la segunda sección del segundo apartado. La zona escogida se caracteriza por la presencia de taludes de altura menor a 7 m sobre el n.m.m., y por estar compuestos en su totalidad por Skipsea till (Figura 3). Finalmente, con el propósito de estudiar el comportamiento del perfil y evaluar un pronóstico cuantitativo de la recesión a largo plazo, se ha procedido de acuerdo a la hipótesis del actualismo con lo que la simulación se ha extendido hasta el próximo siglo (tiempo de simulación = 100 años).

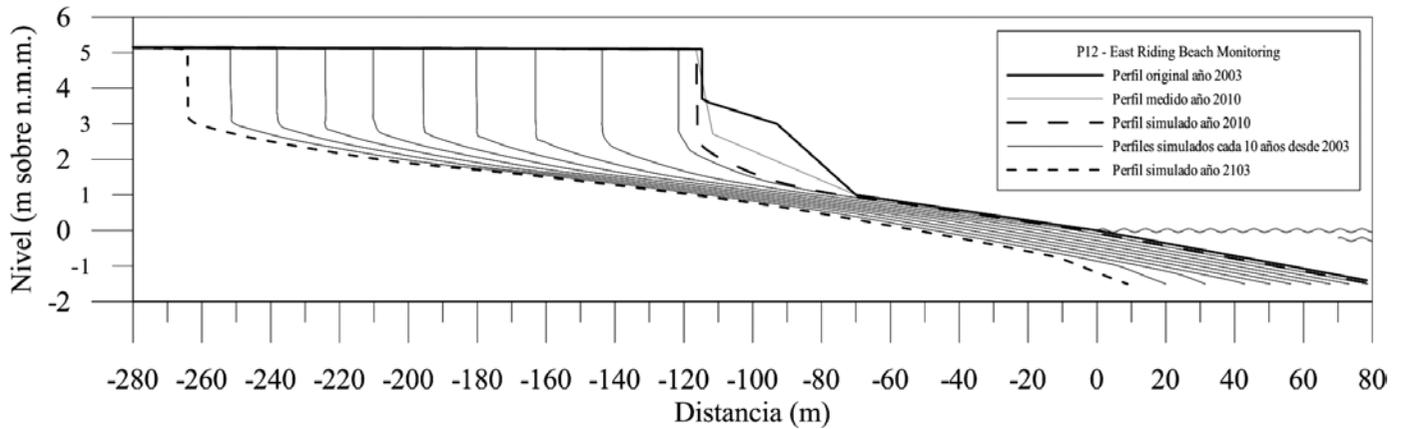
### **Perfil número 12**

El primer perfil simulado (Figura 9) corresponde con el perfil número 12 del programa de monitorización de costas del distrito de Yorkshire del Este. Este perfil tiene una altura de 5,15 m por encima del n.m.m. La tasa histórica de recesión durante el último siglo para este perfil ha sido de 0,96 m/año, sin embargo la tasa de recesión que presenta desde el primer perfil medido en 2003 hasta el último en 2010, ha sido de 0,25 m/año, siendo este dato alrededor de un 74% menor que el histórico.

Con el fin de ajustar el modelo de la manera más fiable posible para su posterior uso, la primera sección medida con GPS (para detalles en las medidas y su precisión ver Coastal Explorer, 2011) para este perfil data del año 2003, y ha sido utilizada como sección inicial de la simulación. Se extiende la simulación a 7 años con el fin de comparar el resultado obtenido con el modelo, frente al medido en campo en el año 2010. La calibración de los perfiles se realiza siempre en la cresta del talud (Figura 9), puesto que es el punto donde se suelen tomar las medidas de recesión (Walkden y Hall, 2005). El perfil de recesión simulado para el año 2010, presenta un valor muy próximo al real en la cresta del acantilado, sin embargo se puede observar que el aspecto al pie difiere más de los valores reales. Posiblemente el mecanismo de rotura no sea único para este perfil, y por tanto, se deba considerar la alternancia de mecanismos en simulaciones futuras.

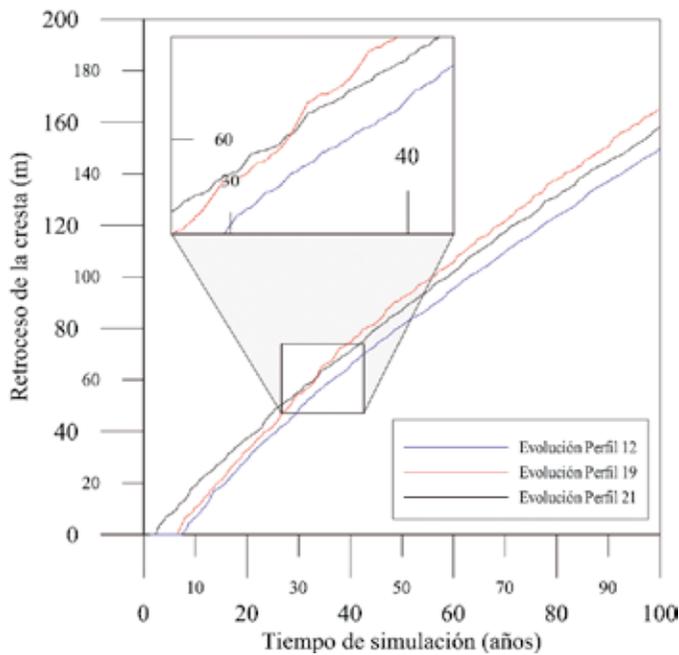
El pronóstico de la tasa de recesión para el periodo comprendido entre el año 2003 y el año 2103 será de 1,49 m/año, lo que supone un aumento del 55,2% con respecto a la tasa histórica del pasado siglo, con una tasa de ascenso en el valor del n.m.m. de 6 mm/año.

En la Figura 10 se puede observar la evolución recesiva del perfil número 12. Conviene destacar en dicha figura el tiempo que transcurre, unos 7 años, hasta que aparece el primer evento recesivo en el perfil. La evolución en la recesión del perfil número 12 durante los cien años de simulación es bastante



**Figura 9.** Evolución del perfil número 12 del programa de monitorización de costas del distrito de Yorkshire del Este, desde 2003 hasta 2010, y extensión de la simulación hasta el año 2103.

**Figure 9.** Profile changes from 2003 to 2010 compared with real measurements from profile number 12 of the East Riding Beach Monitoring Program, and simulation of profile evolution until 2103.

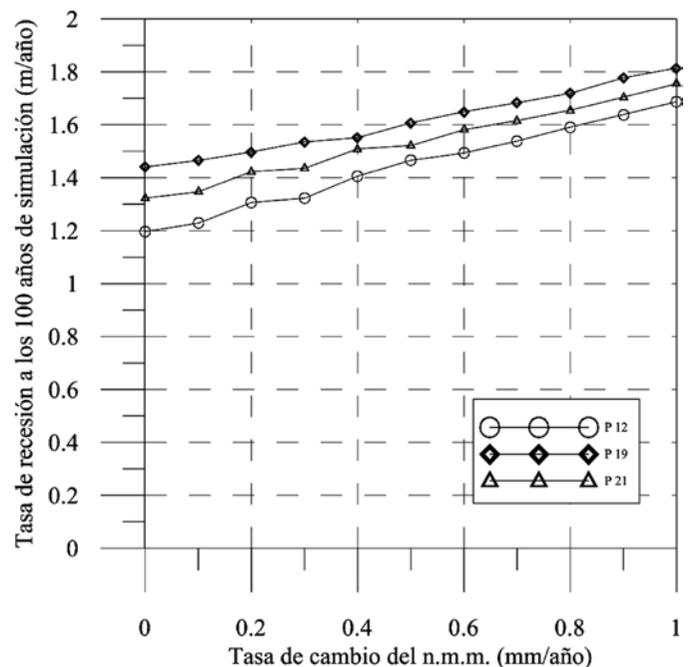


**Figura 10.** Comportamiento del retroceso de la cresta del acantilado en función del tiempo de simulación para los perfiles 12, 19 y 21.

**Figure 10.** Cliff top recession vs simulation time for profiles 12, 19 and 21.

continua y sin grandes saltos o eventos de destacada magnitud.

El efecto que el cambio en el n.m.m. puede producir sobre las tasas de recesión calculadas para el perfil 12 durante el próximo siglo, está reflejado en la Figura 11. En este caso, se observa un importante aumento en la tasa de recesión, en la cresta del acantilado, si el n.m.m. aumenta de 0,3 mm/año a 0,4 o 0,5 mm/año. Además, se produce un considerable aumento, del 29%, en el valor de la recesión anual entre los extremos en la tasa de cambio del n.m.m. de 0 mm/año a 10 mm/año.

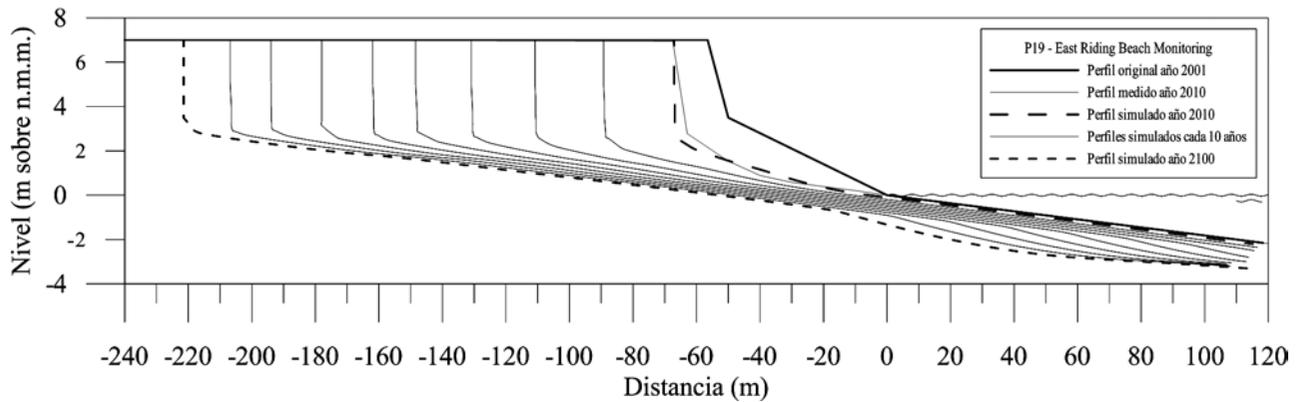


**Figura 11.** Tasa de recesión tras 100 años de simulación en función de la tasa de ascenso del nivel medio del mar para los perfiles 12, 19 y 21.

**Figure 11.** Dependence of recession rate of modeled profiles 12, 19 and 21 on rate of sea-level rise.

### Perfil número 19

El segundo perfil simulado (Figura 12) se corresponde con el perfil número 19 del programa de monitorización de costas del distrito de Yorkshire del Este. Este perfil tiene una altura de 7 m por encima del n.m.m. La tasa histórica de recesión durante el último siglo para este perfil ha sido de 1,54 m/año; sin embargo, la tasa de recesión que pre-



**Figura 12.** Evolución del perfil número 19 del programa de monitorización de costas del distrito de Yorkshire del Este, desde 2001 hasta 2010, y extensión de la simulación hasta el año 2100.

**Figure 12.** Profile changes from 2001 to 2010 compared with real measurements from profile number 19 of the East Riding Beach Monitoring Program, and simulation of profile evolution until 2100.

senta desde el primer perfil medido en 2001 hasta el último en 2010, ha sido de 1,21 m/año, siendo este dato alrededor de un 20% menor que el histórico.

En este segundo caso, y siguiendo el mismo procedimiento que en el primero, el perfil inicial utilizado ha sido el obtenido mediante GPS en el año 2001. La simulación se ha extendido hasta el último perfil (año 2010). El perfil de recesión obtenido en este caso es bastante próximo al real, tanto en la base como en la cresta del acantilado, por lo que el modelo se ajusta correctamente en este segundo caso.

La tasa de recesión para el periodo comprendido entre los años 2001 y 2100 será de 1,65 m/año, lo que supone un incremento del 11% con respecto a la tasa histórica del pasado siglo, con un ascenso en el valor del n.m.m. de 6 mm/año.

En la Figura 10 se puede observar la evolución recesiva del perfil número 19. Conviene destacar en dicha figura el tiempo que transcurre, unos 6 años, hasta que aparece el primer evento recesivo en el perfil. La evolución en la recesión de este perfil es más irregular que en el caso anterior, con incrementos muy acusados, como por ejemplo el que tiene lugar entre el año 30 y 40 de simulación (Figura 10).

Al igual que en el caso anterior, la Figura 11 muestra el efecto que el cambio en el n.m.m. puede producir sobre las tasas de recesión calculadas para el perfil 19 durante el próximo siglo. En este caso, se observa un comportamiento relativamente lineal del valor de recesión anual, para cualquier tasa de cambio del n.m.m. Por otra parte, la diferencia en la tasa de recesión calculada, entre la ausencia de cambio en el n.m.m., y el valor máximo calculado (10 mm/año) para este perfil, es de un 20%.

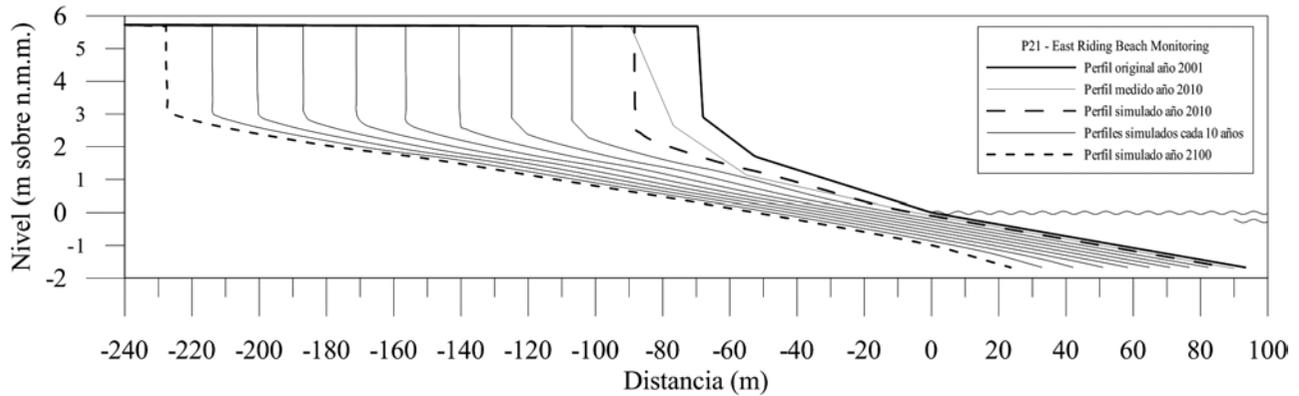
### Perfil número 21

El tercer perfil simulado (Figura 13) se corresponde con el perfil número 21 del programa de monitorización de costas del distrito de Yorkshire del Este. Este perfil tiene una altura de 5,68 m por encima del n.m.m. La tasa histórica de recesión durante el último siglo para este perfil ha sido de 1,69 m/año, sin embargo la tasa de recesión que presenta desde el primer perfil medido en 2001 hasta el último en 2010, ha sido de 1,99 m/año, siendo este dato alrededor de un 15% mayor que el histórico.

En este tercer caso y siguiendo el mismo procedimiento de los anteriores, el perfil inicial utilizado ha sido el obtenido mediante GPS en el año 2001. La simulación se ha extendido hasta el último perfil medido (año 2010). El perfil de recesión obtenido en este caso es bastante próximo al real, tanto en la cresta del acantilado como en los 2 m inferiores, en la plataforma rocosa. La tasa de recesión para el periodo comprendido entre el año 2001 y el año 2100 será de 1,58 m/año, lo que supone una disminución del 6,5% con respecto a la tasa histórica del pasado siglo, a pesar del ascenso del n.m.m. de 6 mm/año.

En la Figura 10, se puede observar la evolución recesiva del perfil número 21. Conviene destacar, en dicha figura, el tiempo que transcurre, unos 3 años, hasta que aparece el primer evento recesivo en el perfil. En cuanto a la evolución en los valores de recesión, este perfil presenta un mayor número de incrementos o saltos de consideración que el perfil 19; aunque dichos saltos son de menor magnitud.

La Figura 11 muestra el efecto que el cambio en el n.m.m. puede producir sobre las tasas de recesión calculadas para el perfil 21 durante el próximo siglo. En este caso se observa un comportamiento relativamente lineal del valor de recesión anual para cualquier



**Figura 13.** Evolución del perfil número 21 del programa de monitorización de costas del distrito de Yorkshire del Este, desde 2001 hasta 2010, y extensión de la simulación hasta el año 2100.

**Figure 13.** Profile changes from 2001 to 2010 compared with real measurements from profile number 21 of the East Riding Beach Monitoring Program, and simulation of profile evolution until 2100.

tasa de cambio del n.m.m. La diferencia que provocan los valores extremos de la tasa de cambio del n.m.m. en el valor de la recesión anual para este perfil es de un 25%.

## Discusión

A diferencia de otros modelos como el propuesto por Walkden y Hall (2005), el modelo presentado aquí incorpora la resistencia a compresión simple en la función de erosión (1), limitando, de ese modo, los términos que representa el parámetro de calibración  $K$  a ciertas constantes hidrodinámicas. En los tres perfiles simulados en este trabajo el valor de dicha constante es el mismo, lo que permite pensar que, ciertamente, el valor de  $K$  está asociado a procesos / efectos inciertos que tienen lugar en el medio marino. Sucede lo contrario en el trabajo de Walkden y Hall (2011) para la costa norte de Norfolk (UK), donde los autores necesitan cambiar el valor del término de calibración para perfiles que se encuentran a menos de 20 m de distancia entre ellos, y con unas condiciones marinas muy homogéneas.

En la actualidad, diversos modelos de proceso-respuesta de recesión de acantilados costeros (Lee, 2008; Walkden y Dickson, 2008; Walkden y Hall, 2005, 2011; Trenhaile, 2009a) no incorporan un módulo que evalúe las características geomecánicas del terreno para cada paso de tiempo y, por tanto, sea capaz de simular los procesos que ocurren en la realidad. Por ejemplo, Walkden y Hall (2005, 2011) consideran que la rotura del material se produce cada 10 periodos de marea. Otros, como Walkden y Dickson (2008), incorporan funciones de distribución que determinan el tiempo inter-rotura. Por el contrario, el modelo presentado aquí es capaz de evaluar, para cada paso de tiempo de

la simulación, la estabilidad geomecánica del macizo por vuelco, y por tanto, es mucho más realista.

Por otro lado, la altura del talud ha sido identificada por varios autores como uno de los factores principales que condicionan la tasa de retroceso y el mecanismo de rotura predominante en la zona de estudio (Robertson, 1990; Bird, 2010; Quinn *et al.*, 2010). Otros factores considerados como fundamentales en el proceso recesivo en el área de estudio (Berridge y Pattinson, 1994; Gibbons, 2004; Wyllie y Mah, 2004; Quinn *et al.*, 2010), como las características litoestratigráficas, el ángulo de la pendiente o la formación del talud de derrubios, también se tienen en cuenta en el modelo. Algunos de estos autores, como Gibbons (2004), Quinn *et al.* (2009) o Quinn *et al.* (2010), concluyeron que los acantilados en la costa de Holderness de menos de 7 m de altura sobre el n.m.m., tienen una recesión dominante debida a vuelcos o pequeños desprendimientos. Los resultados obtenidos por el modelo, tanto en valores de retroceso como en geometría de los perfiles, bajo esta hipótesis, son similares a la realidad, apoyando, por tanto, dicha hipótesis de comportamiento morfodinámico.

Varios autores como Gibbons (2004), Quinlan (2005), Bird (2008) y Quinn *et al.* (2010), entre otros, han sugerido que un ascenso en el n.m.m. favorecerá la rápida erosión de los materiales depositados al pie del acantilado, provocando que el frente del mismo se haga inestable de manera más frecuente, como así sucede en el modelo aquí presentado (Figura 10). El perfil número 12 (Figura 9) y el perfil número 19 (Figura 12), con una tasa de ascenso del n.m.m. de 6 mm/año, presentan un aumento en las tasas de recesión del 55,2% y del 11% respectivamente. Sin embargo el perfil número 21 (Figura 13) presenta tasas de recesión menores en un 6,5%. Esto puede ser debido a que el porcentaje de material retenido, que forma el

talud de derrubios considerado en la simulación sea mayor que el presentado por dicho perfil durante el último siglo y, por tanto, la base del acantilado esté protegida ante la erosión marina durante más tiempo (Quinn *et al.*, 2009; Bird, 2010).

En este sentido, la variación del n.m.m. en el modelo presenta una relación relativamente lineal con respecto a la tasa de recesión en los perfiles simulados (Figura 11). Estos resultados coinciden con los presentados por Walkden y Hall (2005). Diversos autores como Walkden y Dickson (2008), Trenhaile (2010), Ashton *et al.* (2011) y Walkden y Hall (2005, 2011) concluyeron que mayores ascensos en el n.m.m. provocarán mayores tasas de recesión, al igual que el modelo aquí presentado, donde los incrementos varían del 20% al 29%.

El amplio abanico de posibles escenarios acantilados sobre los que puede ser aplicado este modelo queda resumido a través de la Figura 6, según los procesos que se han incorporado y que pueden ser importantes en el escenario de recesión del acantilado en estudio. Sin embargo, puede haber otros procesos, y otras situaciones, que no se encuentran aún incorporadas al modelo y que, por lo tanto, no permiten su aplicación para determinar un pronóstico a medio plazo preciso. Por ejemplo, para dotar de mayor realismo al modelo se ha de tener en cuenta la presencia y características de una posible playa en la zona de estudio, así como la incorporación de un módulo más completo que permita cubrir un espectro completo de oleaje (condiciones de tormenta, marejada, etc.), además de otro tipo de movimientos del terreno (deslizamientos) en función de las características geotécnicas del macizo. Asimismo, para estudiar la respuesta del modelo ante un escenario de cambio climático, son necesarios trabajos más exhaustivos que permitan variar las condiciones oceanográficas y meteorológicas (p.ej. variaciones en las precipitaciones) a largo plazo.

## Conclusiones

En este artículo se presenta un modelo de proceso-respuesta basado en la descripción matemática de los fenómenos físicos que ocurren en el proceso de erosión-recesión de acantilados costeros, que incorpora criterios de estabilidad geomecánica. La inclusión de este tipo de criterios proporcionará simulaciones más realistas sobre el comportamiento de los acantilados litorales y, además, mejorará la validez y aplicabilidad de los modelos de recesión futura enfocados a la gestión de costas. Esto es de vital importancia, puesto que sin la información que estos modelos aportan,

los registros históricos pueden ser malinterpretados a la hora de realizar predicciones de futuro, dado que acantilados, con diferentes comportamientos, pueden dar lugar a los mismos valores de recesión.

Este modelo está desarrollado de manera modular (Figura 6), para facilitar la incorporación de nuevos procesos que aumenten la capacidad de capturar la realidad. Además, y debido a la eficiente implementación de los mismos, los tiempos de cálculo son reducidos (aproximadamente 16,8 s/año para un procesador Intel Core II Duo de 2 GHz y RAM de 4 GB a 667MHz), permitiendo así la realización de múltiples simulaciones con un bajo coste computacional. El modelo es capaz de reproducir los mecanismos de rotura observables en la costa de Holderness, de capturar bien la posición del borde del acantilado, y de aproximar la morfología de los perfiles presentes en la zona. Igualmente el modelo es capaz de reproducir con una alta fidelidad la forma de los *notch*, siempre y cuando no existan otros fenómenos no considerados en el modelo que la modifiquen (Castedo, 2010; Paredes *et al.*, 2012). Además, el modelo también responde bien ante posibles escenarios de ascenso del nivel del mar, dotándole de un gran potencial.

Por último, el modelo aquí presentado posee un gran rango de aplicación en los campos tanto de la ingeniería como de la geomorfología costera, en especial en estos momentos donde existe una creciente preocupación a nivel global sobre los posibles efectos del cambio climático en ambientes litorales acantilados y sus consecuencias socioeconómicas.

## Notación

$A_m$	amplitud de marea (m)
$b$	anchura material en voladizo (m)
$c$	cohesión (kPa)
$c'$	cohesión efectiva (kPa)
$c'_w$	cohesión efectiva en materiales movilizados / meteorizados (kPa)
$D_b$	profundidad a la que las olas comienzan a romper (m)
$F_R$	fuerza resistiva (N)
$F_w$	fuerza erosiva (N)
$H_0$	altura de la ola en aguas profundas (m)
$H_b$	altura de la ola en la rompiente (m)
$h$	altura material en voladizo (m)
$h_{talus}$	altura del talud desde n.m.m. (m)
$I_z$	momento de inercia
$K$	constante hidrodinámica ( $m^{13/4} s^{7/2} / kg$ )
$L$	profundidad del <i>notch</i> (m)
$L'$	distancia desde el punto más erosionado de <i>notch</i> al centro de gravedad del material en voladizo (m)

$M$	momento flector (N m)
$P$	peso del material en voladizo (N)
$p_w(z,t)$	función de erosión (m / s)
$R(t)$	distancia de recesión (m)
$T$	periodo de marea (s)
$T_b$	periodo de las olas en rompiente (s)
$y(z,t)$	función perfil acantilado
$w_i(t)$	función de marea (s)
$w_{rl}(t)$	función tasa de cambio del n.m.m. (mm)
$W_z$	módulo resistente
$\Delta t$	paso de tiempo en la simulación (s)
$\Delta z$	tamaño discretización vertical (m)
$\alpha_{inds}$	ángulo de alcance
$\beta$	pendiente local
$\delta(x,t)$	función tasa de erosión (m/año)
$\sigma_c$	resistencia a compresión simple (kPa)
$\sigma_{cR}$	resistencia a compresión simple de materiales movilizados / meteorizados (kPa)
$\sigma_t$	resistencia a tracción (kPa)
$\sigma_{t-max}$	tensión a flexión máxima (kPa)
$\phi$	ángulo de fricción interna
$\phi'$	ángulo de fricción interna efectivo
$\phi'_w$	ángulo de fricción interna efectivo en materiales movilizados / meteorizados
$\tau$	tensión de corte (kPa)

## Agradecimientos

Este trabajo está financiado por la Universidad Politécnica de Madrid a través del Programa de Becas de Formación de Profesorado Universitario (RR01/2008). Los autores desean mostrar su agradecimiento y apoyo a la realización de este trabajo a D. Luis Laín Huerta y D. Miguel Llorente Isidro del Área de Riesgos del Instituto Geológico y Minero de España por su colaboración. Así como a D. William Murphy y D. James Lawrence de la Universidad de Leeds, donde se ha llevado a cabo parte de esta investigación. Igualmente se agradece a Laura del Río, profesora de la Universidad de Cádiz, a un revisor anónimo y a G. Benito (miembro del comité de redacción del B.G.M.), las sugerencias que han contribuido a la mejora del manuscrito.

## Referencias

Amin, S.M.N. y Davidson-Arnott, R.G.D. 1997. A statistical analysis of controls on shoreline erosion rates, Lake Ontario. *Journal of Coastal Research*, 13(4), 1093-1101.

Ashton, A.D., Walkden, M. y Dickson, M. 2011. Equilibrium responses of cliffed coasts to changes in the rate of sea level rise. *Marine Geology*, 284, 217-229.

Ayala-Carcedo, F.J. y Olcina, J. 2002. *Riesgos naturales*. Ariel, Barcelona, 1512 pp.

Bell, F.G. 2000. *Engineering properties of soils and rocks*. 4th Ed., Blackwell Science Ltd., Oxford, 482 pp.

Bell, F.G. 2002. The geotechnical properties of some till deposits occurring along the coastal areas of eastern England. *Engineering Geology*, 63, 49-68.

Bell, F.G. 2007. *Engineering Geology*. 2nd Ed., Elsevier, Oxford, 581 pp.

Berridge, N.G. y Pattinson, J. 1994. *Geology of the Country around Grimsby and Patrington*. Her Majesty's Stationery Office, London.

Bird, E. 2008. *Coastal geomorphology: an introduction*. John Wiley & Sons. Segunda edición. New York, 441 pp.

Bird, E. 2010. *Encyclopedia of the World's Coastal Landforms*. Springer, Netherland, 1498 pp.

Blanco Chao, R., Costa Casais, M., Martínez Cortizas, A., Pérez Alberti, A. y Trenhaile, A.S. 2003. Evolution and inheritance of a rock coast: western Galicia, northwestern Spain. *Earth Surface Processes and Landforms*, 28, 757-775.

Blanco-Chao, R., Perez Alberti, A., Trenhaile, A.S., Costa Casais, A. y Valcarcel-Diaz, M. 2007. Shore platform abrasion in a para-periglacial environment, Galicia, northwestern Spain. *Geomorphology*, 83, 136-151.

Bounaiuto, F.S. y Bokuniewicz, H. 2005. Coastal bluff recession and impacts on littoral transport: Special reference to Montauk, NY. *Shore and Beach*, 4, 24-29.

Bray, M.J. y Hooke, J. 1997. Prediction of soft-cliff retreat with accelerating sea-level rise. *Journal of Coastal Research*, 13(2), 453-467.

Brundsen, D. y Lee, E.M. 2004. Behaviour of coastal landslide Systems: an interdisciplinary view. *Zeitschrift fur Geomorphologie*, 134, 1-112.

Budetta, P., Galietta, G. y Santo, A. 2000. A methodology for the study of the relation between coastal Cliff erosion and the mechanical strength of soils and rock masses. *Engineering Geology*, 56, 243-256.

Castedo, R. 2010. *Modelo predictivo mesoescala de recesión de acantilados costeros*. Escuela Superior de Ingenieros de Minas, Diploma de estudios avanzados. Informe inédito, 67 pp. Universidad Politécnica de Madrid.

Catt, J.A. 2007. The Pleistocene Glaciations of Eastern Yorkshire: A Review. *Proceedings of the Yorkshire Geological Society*, 56, 177-207.

Coastal Explorer, East Riding of Yorkshire council, civil engineering services department, 18/10/2011, <http://www.eastriding.gov.uk/coastalexplorer/homepage.html>

Corominas, J. 1996. The angle of reach as a mobility index for small and large landslides. *Canadian Geotechnical Journal*, 33, 260-271.

Craig, R.F. 2004. *Soils Mechanics*. 7 Ed. Spon Press, London, 443 pp.

Davidson-Arnott, R.G.D. 2010. *An introduction to coastal processes and geomorphology*. Cambridge University Press, New York, 442 pp.

Del Río, L., Gracia, F.J., y Benavente, J. 2009. Mass Movements and Cliff Retreat along the SW Spanish Coast. *Journal of Coastal Research*. ICS2009 proceedings. 56, 717-721.

- EuroErosion. 2004. *Living with Coastal Erosion in Europe: Sediment and Space for Sustainability*. Results from the EuroErosion study, 40 pp.
- Furlan, C. 2008. Hierarchical random effect models for coastal erosion of cliffs in the Holderness coast. *Statistical Methods and Applications*, 17, 335-350.
- Gibbons, C.R. 2004. *A study of the different types of landslides and the associated rates of recession along the Holderness coast, East Yorkshire*. MSc thesis, trabajo inédito University of Leeds.
- Gunn, D.A., Pearson, S.G., Chambers, J.E., Nelder, L.M., Lee, J.R., Beamish, D., Busby, J.P., Tinsley, R.D. y Tinsley, W.H. 2006. An Evaluation of Combined Geophysical and Geotechnical Methods to Characterize Beach Thickness. *Quarterly Journal of Engineering Geology and Hydrogeology*, 39, 339-355.
- Hapke, C. y Plant, N. 2010. Predicting coastal cliff erosion using a Bayesian probabilistic model. *Marine Geology*, 278(1-4), 140-149.
- Heim, A. 1932. Bergstürze und Menschenleben. *Beiblatt zur Vierteljahresschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich*.
- Hermosilla, T., Bermejo, E., Balaguer, A. y Ruiz, L.A. 2008. Non-linear fourth-order image interpolation for subpixel edge detection and localization. *Image and vision computing*, 26(9), 1240-1248.
- Hulme, M., Jenkins, G.J., Lu, X., Turnpenny, J.R., Mitchell, T.D., Jones, R.G., Lowe, J., Muphy, J.M., Hassell, D., Borman, P., McDonald, R. y Hill, S. 2002. *Climate Change Scenarios for the United Kingdom*. The UKCIP02 Scientific Report, University of East Anglia, Norwich, Tyndall Centre for Climate Change Research.
- Hutchinson, J.N. 1986. *Cliffs and Shores in Cohesive Materials: Geotechnical and Engineering Geological Aspects Cohesive Shores*. Burlington Associate Committee for Research on Shoreline Erosion and Sedimentation and Natural Research Council. Burlington, Ontario, Canada. 1-44 pp.
- Kamphuis, J.W. 1987. Recession rate of glacial till bluffs. *Journal of Waterways, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, 113(1), 60-73.
- Kogure, T., Aoki, H., Maekado, A., Hirose, T. y Matsukura, Y. 2006. Effect of the development of notches and tension cracks on instability of limestone coastal cliffs in the Ryukyus, Japan. *Geomorphology*, 80, 236-244.
- Langendoen, E.J. 2000. *CONCEPTS-Conservational Channel Evolution and Pollutant Transport System*. USDA and ARS. Research Report, 16. 160 pp.
- Lee, E.M. y Clark, A.R. 2002. *Investigation and management of soft rock cliffs*. DEFRA. Thomas Telford, London, 382 pp.
- Lee, E.M. 2008. Coastal cliff behaviour: Observations on the relationship between beach levels and recession rates. *Geomorphology*, 101, 558-571.
- Mano, A. y Suzuki, S. 1999. Erosion characteristics of sea cliffs on the Fukushima coast. *Coastal Engineering Journal*, 41(1), 43-63.
- Mason, S.J. y Hansom, J.D. 1989. Cliff erosion and its contribution to a sediment budget for part of the Holderness coast. *Shore Beach*, 56, 30-38.
- Marsland, A. y Powell, J.J.M. 1985. Field and Laboratory Investigations of the Clay Tills at the Building Research Establishment Test Site at Cowden, Holderness. *Proceedings of the International Conference on Construction in Glacial Tills and Boulder Clays*. Edinburgh, Edinburgh Technics Press. 147-168 pp.
- Matsukura, Y. 1988. Cliff instability in pumice flow deposits due to notch formation on the Asama mountain slope, Japan. *Zeitschrift für Geomorphologie N. F.* 32, 129-141.
- Medina, R., Losada, I.J., Menéndez, F.J., Olabarrieta, M., Lister, M., Menéndez, M., Tomás, A., Abascal, A.J., Agudelo, P. y Guanache, R. 2004. *Impactos en la costa española por efecto del cambio climático*. Dirección General de Calidad y Evaluación Ambiental. Universidad de Cantabria. 378 pp.
- Milheiro-Oliveira, P. 2007. Bayesian statistical methods for modelling and prediction of major landslides in coastal cliffs. *Coastal Engineering Journal*, 49(1), 45-61.
- Mortimore, R.N., Wood, C.J. y Gallois, R.W. 2001. *British Upper Cretaceous Stratigraphy*. Geological Conservation Review Series, No. 23, Joint Nature Conservation Committee, Peterborough, 558 pp.
- Newsham, R., Balson, P.S., Tragheim, D.G. y Denniss, A.M. 2002. Determination and prediction of sediment yields from recession of the Holderness Coast. *Journal of Coastal Conservation*, 8, 49-54.
- Noetzli, J., Huggel, C., Hoelzle, M. y Haeberli, W. 2006. GIS-based modelling of rock-ice avalanches from Alpine permafrost areas. *Computational Geosciences*, 10, 161-178.
- Paredes, C., Castedo, R., Llorente, M y Laín, L. 2012. Un modelo predictivo de la evolución en costas rocosas. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para el Cálculo y Diseño en Ingeniería*, 28 (4), en prensa.
- Pethick, J. 1996. *Coastal Slope Development: Temporal and Spatial Periodicity in the Holderness Cliff Recession*. Anderson, M.G. & Brooks, S.M. (Eds.) *Advances in Hillslope Processes*. Chichester, John Wiley & Sons.
- Prandle, D., Lane, A. y Wolf, J. 2001. Holderness coastal erosion – offshore movement by tides and waves. Huntley, D.A., Leeks, G.J.L. & Walling, D.E. (Eds.) *Land-ocean interaction*. Cornwall, Iwa publishing. 209-240.
- Pringle, A.W. 1985. Holderness coast erosion and the significance of ords. *Earth Surface Processes and Landforms*, 10, 107-124.
- Quinlan, P.J. 2005. *A geomorphological assessment of the stability of the flat cliffs landslide complex, Filley Bay, North Yorkshire*. MSc thesis, trabajo inédito. University of Leeds.
- Quinn, J.D. 2009. *The landslides and recession of the Holderness Coast, Yorkshire, UK*. PhD thesis, trabajo inédito. University of Leeds.
- Quinn, J.D., Philip, L.K. y Murphy, W. 2009. Understanding the recession of the Holderness Coast, east Yorkshire, UK: a new presentation of temporal and spatial patterns. *Quarterly Journal of Engineering Geology and Hydrogeology*, 42, 165-178.
- Quinn, J.D., Rosser, N.J, Murphy, W. y Lawrence, J.A. 2010. Identifying the behavioural characteristics of clay using intensive monitoring and geotechnical numerical modelling. *Geomorphology*, 120, 107-122.

- Robertson, I. 1990. *Erosion and Stability of Till Cliffs on the Holderness Coast*. PhD Thesis, trabajo inédito. University of Newcastle Upon Tyne.
- Skafel, M.G. 1995. Laboratory measurement of nearshore velocities and erosion of cohesive sediment (till) shorelines. *Coastal Engineering*, 24, 343-349.
- Skafel, M.G. y Bishop, C.T. 1994. Flume experiments on the erosion of till shores by waves. *Coastal Engineering*, 23, 329-348.
- Sunamura, T. 1992. *The geomorphology of rocky coasts*. Wiley, Chichester, 302 pp.
- Thieler, E.R., Himmelstoss, E.A., Zichichi, J.L., y Ergul, A. 2009. Digital Shoreline Analysis System (DSAS) version 4.0—An ArcGIS extension for calculating shoreline change: U.S. Geological Survey Open-File Report 2008-1278. Available online at <http://pubs.usgs.gov/of/2008/1278/>.
- Timoshenko, S.P. y Gere, J.M. 1978. *Mechanics of materials*. Van Nostrand Reinhold Co., New York, 552 pp.
- Trenhaile, A.S. 1987. *The geomorphology of rock coast*. Clarendon Press, Oxford, 384 pp.
- Trenhaile, A.S. 2009a. Modeling the erosion of cohesive clay coasts. *Marine Geology*, 56 (1), 59-72.
- Trenhaile, A.S. 2009b. The effect of Holocene changes in relative sea level on the morphology of rocky coasts. *Geomorphology*, 114 (1-2), 30-41.
- Trenhaile, A.S. 2010. Modeling cohesive clay coast evolution and response to climate change. *Marine Geology*, 227 (1-4), 11-20.
- Tsujimoto, H. 1987. *Dynamic conditions for shore platform initiation*. Science Report, Institute of Geoscience. University of Tsukuba, 8A, 45-93 pp.
- USACE. 2003. *Coastal Engineering Manual*, 6 volumes. Department of the Army, U.S. Corps of Engineers. Washington, DC.
- USACE. 1984. *Shore protection manual*, 4<sup>th</sup> Ed. Department of the Army, U.S. Corps of Engineers. Washington, DC 20314.
- Walkden, M.J.A. y Dickson, M. 2008. Equilibrium erosion on soft rock shores with shallow or absent beach under increased sea level rise. *Marine Geology*, 251, 75-84.
- Walkden, M.J.A. y Hall, J.W. 2005. A predictive mesoscale model of the erosion and profile development on soft rock shores. *Coastal Engineering*, 52, 535-563.
- Walkden, M.J.A. y Hall, J.W. 2011. A mesoscale predictive model of the evolution and management of a soft-rock coast. *Journal of Coastal Research*, 27(3), 529-543.
- Wilcock, P.R., Miller, D.S., Shea, R.H. y Kerkin, R.T. 1998. Frequency of effective wave activity and the recession of coastal bluffs: Calvert Cliffs, Maryland. *Journal of Coastal Research*, 14 (1), 256-268.
- Wolters, G. y Müller, G. 2008. Effect of cliff shape on internal stresses and rock slope stability. *Journal of Coastal Research*, 24 (1), 43-50.
- Wyllie, D.C. y Mah, C.W. 2004. *Rock slope engineering, civil and mining*. 4<sup>th</sup> Ed. Spon Press, New York, 431 pp.

Recibido: agosto 2011

Revisado: octubre 2011

Aceptado: noviembre 2011

Publicado: abril 2012