

Optimización de perímetros de protección de acuíferos mediante un algoritmo genético

A. Udías y F.J. Elorza

Departamento de Matemática Aplicada y Métodos Informáticos, ETSI de Minas, Universidad Politécnica de Madrid
c/ Ríos Rosas, 21. 28003 Madrid.
E-mail: audias@dmami.upm.es

RESUMEN

Se presenta una aplicación de los algoritmos genéticos para la gestión óptima de un acuífero en las proximidades de una fuente de contaminación, consiguiendo simultáneamente maximizar los caudales extraídos y minimizar el área contaminada. Particularmente, se ha desarrollado un algoritmo genético para ser utilizado en la optimización de la explotación de campos de pozos de bombeo. El método aporta mejoras respecto a otros en los que se aplican métodos de programación lineal, tanto en la calidad de la solución alcanzada, como en la aplicación a un mayor rango de problemas de gestión, (restricciones no lineales o regiones factibles inconexas), así como para la determinación de la localización óptima de los pozos de bombeo.

Palabras clave: algoritmos genéticos, contaminación de acuíferos, gestión óptima, perímetros de protección, simulación numérica

Optimization of the perimeters of aquifer's protection by means of a genetic algorithm

ABSTRACT

We present an optimal management method using genetic algorithms which allows us to maximize pumping rates and to minimize contaminate area simultaneously. Therefore, a genetic algorithm has been developed to be applied in the pumping wells fields management optimization. This optimization method is able to provide improvements respect to the ones in which linear programming are applied, so much in the quality of the solution, like in the application to a bigger range of problems (non linear restrictions or non-conexe feasible regions, etc) as well as situate the best location of each well.

Key words: aquifers contamination, genetic algorithm, numeric simulation, optimal management, protection perimeters

Introducción

La extracción, mediante bombeo en pozos, del agua subterránea contenida en un sistema acuífero constituye una de las formas más usuales para satisfacer la demanda de agua. Sin embargo, por razones ambientales (sobreexplotación de acuíferos, intrusión marina, confinamiento de zonas de suelo contaminadas,...) o legales (niveles mínimos en pozos vecinos, etc.), en muchas ocasiones el caudal de bombeo máximo admisible es, en principio, desconocido. La determinación y aplicación de este caudal máximo admisible constituye un ejemplo de lo que se denomina gestión óptima de campos de pozos de bombeo.

En el problema de la gestión óptima las variables son, además de las alturas piezométricas, las condiciones de contorno y algunas otras denominadas variables de decisión, como las recargas artificiales o los caudales de bombeo. Un ejemplo de función obje-

tivo sería, maximizar el caudal a bombear, sabiendo que no se puede sobrepasar un cierto valor por causas técnicas y que el nivel piezométrico en determinadas zonas no puede estar por debajo de cierta cota, ya que esto llevaría aparejado problemas ambientales o socioeconómicos.

Un estudio exhaustivo sobre la aplicación de los métodos de optimización para la definición de políticas de gestión óptima de acuíferos fue el de Gorelick (1993), quien diferenció entre los métodos de inyección y los de funciones de influencia. En los primeros, la ecuación del flujo, junto con las condiciones de contorno, las recargas y descargas conocidas y las variables de control, se representan mediante un sistema de ecuaciones algebraicas lineales o no lineales, generado mediante la aplicación de algún algoritmo de aproximación numérica a la ecuación de flujo en medio poroso. Dicho sistema de ecuaciones se tomará como restricción del problema de gestión óptima.

Añadiéndole, posteriormente, las restricciones ecológicas, técnicas y económicas, y definiendo la función objetivo, se tendrá formulado el problema de optimización. El trabajo de Aguado y Remson (1974) fue uno de los primeros en que se aplicó esta técnica; en esta misma línea se encuentran los de Wanakule *et al.*, (1986) así como los de Chang *et al.* (1992). En la segunda familia de métodos, las ecuaciones que sustituyen a las ecuaciones diferenciales, se definen utilizando el principio de superposición, describiendo explícitamente los niveles piezométricos como función de las variables de decisión. Generalmente, el número de estas funciones es menor que el de las ecuaciones del primer método, por lo que el tamaño del problema disminuye, pero el cálculo de cada función de influencia requiere elevados tiempos de proceso. En general, estos métodos son preferibles para problemas de flujo transitorio. Trabajos como los de Maddock (1972), Schwarz (1976), Willis y Finney (1985), han desarrollado formas diferentes para definir dichas funciones. La utilización de una combinación de las dos familias de métodos ha sido realizada por Herrling y Hecke (1986), para casos estacionarios.

El presente trabajo desarrolla una variación del primer tipo, acoplando una aplicación del método de elementos finitos a la resolución del problema del flujo en medio poroso, con un algoritmo genético diseñado especialmente para este problema, que permite resolver problemas de gestión cuantitativa óptima en régimen estacionario, con la particularidad de que se pueden tratar diferentes funciones objetivo, entre las que destaca la localización geográfica óptima de los pozos. Así como permitir introducir nuevas variables o restricciones, que no tienen porque ser lineales o estar necesariamente definidas en una región convexa para que el programa pueda encontrar la solución óptima de gestión.

Planteamiento del problema

Modelización del flujo de agua en un acuífero confinado

Sea Ω un dominio bidimensional que representa un acuífero confinado en el que se conocen las características hidrogeológicas, las condiciones iniciales y de contorno. En este caso, los principios básicos de la modelización del flujo son la ley de la continuidad y la ley de Darcy, cuya combinación produce la ecuación diferencial siguiente:

$$\nabla(\bar{T}\bar{\nabla}h) + f = S \frac{\partial \bar{h}}{\partial t} \quad (1)$$

donde \bar{T} es el tensor de transmisividad, S el coeficiente de almacenamiento, f el valor de recarga/descarga, h el nivel piezométrico y t el tiempo. Discretizando Ω en elementos finitos y aplicando a la ecuación (1) el método de Galerkin se obtiene:

$$\sum_{j=1}^N P_{i,j} h_j + \sum_{j=1}^N R_{i,j} \frac{\partial h_j}{\partial t} - F_i = 0 \quad i = 1, \dots, N \quad (2)$$

donde N es el número de nodos del mallado, h_j el nivel piezométrico en el nodo j, P_{ij} el coeficiente del nivel j-ésimo en la i-ésima ecuación, R_{ij} el coeficiente de la variación temporal del nivel j-ésimo en la i-ésima ecuación y F_i el valor del término independiente de la i-ésima ecuación. En forma matricial, la ecuación (2) se representa como:

$$(P)\bar{h} + (R) \frac{\partial \bar{h}}{\partial t} - \bar{F} = 0 \quad (3)$$

En esta expresión, la matriz (P) es la tradicionalmente denominada matriz de rigidez o conductividad, (R) la matriz de almacenamiento y \bar{F} el vector que reúne la aportación de las fuentes externas (recargas, precipitaciones, bombeos) y la componente normal del flujo en el contorno de Ω con condición de tipo Neumann. A partir de la condición inicial y teniendo en cuenta las condiciones de contorno, se puede obtener la solución de (3) en cualquier tiempo mediante, por ejemplo, un esquema de integración temporal implícito con paso fijo Δt , cuya formulación será:

$$\left(\frac{(R)}{\Delta t} + (P) \right) \bar{h}(t + \Delta t) = \frac{(R)}{\Delta t} \bar{h}(t) + \bar{F} \quad (4)$$

que, en el caso de que se dispongan en el acuífero de M pozos de bombeo, se podrá representar algebraicamente como, (Kinzelbach, 1986):

$$\sum_{j=1}^N c_{ij} h_j(t + \Delta t) + \sum_{j=1}^M d_{ij} q_j(t + \Delta t) = g_i \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (5)$$

donde q_j es el caudal de pozo j-ésimo. Todas las ecuaciones anteriores se particularizarían para el caso estacionario haciendo $S=0$.

Definición del problema de gestión óptima

El sistema de ecuaciones (5), obtenido de la aplica-

ción del método de elementos finitos, formará el germen de las restricciones del problema de optimización, que podrá ser completado con acotaciones sobre los niveles del acuífero o limitaciones al caudal de bombeo de un pozo, o incluso al gradiente de nivel entre dos puntos. En muchos casos prácticos, dichas restricciones adicionales, serán igualdades o desigualdades de alguno de los tipos siguientes:

- nivel mínimo preestablecido en el nodo i:

$$h_i(q_1, \dots, q_m) \geq h_{i,min} \quad (6)$$

- nivel máximo preestablecido en el modo i:

$$h_i(q_1, \dots, q_m) \leq h_{i,max} \quad (7)$$

- suministro mínimo preestablecido:

$$\sum q_i \geq D \quad (8)$$

- gradiente mínimo preestablecido entre los nodos i y j:

$$h_i(q_1, \dots, q_m) - h_j(q_1, \dots, q_m) \geq g_{ij,min} \quad (9)$$

- positividad de los caudales de bombeo:

$$q_i \leq 0 \quad (10)$$

Todas estas restricciones se pueden formular genéricamente como:

$$\sum_{j=1}^N e_{i,j} h_j + \sum_{j=1}^M f_{i,j} q_j \leq s_j \quad i = 1, 2, \dots, V \quad (11)$$

donde V es el número de restricciones adicionales impuestas, s_i el valor de la limitación de la restricción i, e_{ij} los coeficientes de los niveles en los N nodos y f_{ij} los coeficientes de los caudales en los M pozos. Así, por ejemplo, en el caso de que únicamente se imponga la condición de que no se supere un cierto nivel (superior/inferior) en el nodo i ($h_i < >$ constante), $e_{i,i}=1$, siendo todos los otros coeficientes de (11) nulos.

El planteamiento del problema de optimización se completa con la definición de una función objetivo, que, en el caso de un problema de gestión óptima, se expresará, en cada período de tiempo, en función de los niveles h_j o de los caudales q_j , o conjuntamente de ambos. Así, entre otras, podrá ser:

- Maximizar / minimizar el caudal de bombeo total para unos pozos previamente seleccionados:

$$Z = \sum q_i \rightarrow \max / \min \quad (12)$$

- Situación óptima de un número de pozos fijado, de forma tal que se maximice / minimice el caudal de bombeo admisible:

$$Z = \sum q_i \rightarrow \max / \min \quad (13)$$

- Minimizar costes / maximizar beneficios:

$$Z = \sum_{j=1}^N b_j h_j + \sum_{j=1}^M a_j q_j \rightarrow \min / \max \quad (14)$$

donde a_j y b_j son coeficientes de coste genéricos, M el número de pozos de bombeo y N el número de nodos del mallado.

Algoritmo de resolución

Habiendo discretizado el dominio del acuífero con una malla de elementos finitos triangulares con N nodos, se tendrán N ecuaciones de tipo (5), de las cuales se podrán eliminar las ecuaciones de los NC nodos que tengan impuestas condiciones de contorno de tipo Dirichlet, por lo que resultarán N-NC variables independientes. Este conjunto de N ecuaciones lineales, junto a las V restricciones lineales añadidas (11), y con alguna de las funciones objetivo (12), (13) o (14), constituyen un problema de optimización lineal con N+V restricciones y M+N variables, de las cuales los M caudales de bombeo serán las variables de decisión.

El problema de optimización así planteado ha sido ya abordado por otros investigadores (Juncosa, 1991) con anterioridad, aplicando para su resolución el método de simplex revisado de Dantzig, (Dantzig y Orchard-Hays, 1953), con el cual se obtendrán unos resultados aceptables siempre y cuando se verifique la linealidad de las ecuaciones que modelicen el

problema de flujo y las restricciones a las que esté sometido.

En la práctica, suponer que el comportamiento del acuífero es lineal es, frecuentemente, una aproximación que se aleja bastante de la realidad, por lo que la resolución mediante este tipo de métodos no deja de ser una aproximación que puede ser de utilidad para la gestión, pero que no puede convertirse en una herramienta a utilizar en todos los casos.

En este sentido se vienen desarrollando en los últimos años una serie de técnicas heurísticas de búsqueda que están dando buenos resultados en la resolución de otros problemas de optimización en ingeniería y otras disciplinas de la hidrología o física de suelos (Aly Peralta, 1999; Huang y Mayer, 1997; Meyer y Brill, 1998; Ritzel y Herat, 1994; Srivastava et al., 2002). Dentro de ese tipo de técnicas pareció especialmente indicado para la resolución de este problema el método de los algoritmos genéticos (figura 1). Es por eso que en este trabajo se diseña, aplica y verifica este método de resolución al problema de optimización planteado, que permite superar el problema que plantea esta no linealidad en su comportamiento, así como en las restricciones a las que está sometido.

Además, el algoritmo desarrollado resuelve el problema de la localización óptima de los pozos, la que maximiza el caudal a bombear; cosa que difícilmente se podría resolver mediante programación lineal clásica.

Algoritmos genéticos

Los algoritmos genéticos (AG) son algoritmos de búsqueda que combinan la teoría de la supervivencia con cambios estocásticos estructurales de información, con el fin de incrementar la eficiencia de una búsqueda que, de otra forma, sería puramente aleatoria. El gran interés que han suscitado últimamente se debe al fuerte incremento de la capacidad de cálculo que han experimentado los ordenadores, ya que el método implica la realización de un gran número de operaciones numéricas, sólo disponibles hace unos años, en las grandes "estaciones de trabajo". Por suerte, el método puede ejecutarse hoy en día, en ordenadores más accesibles lo que ha hecho posible su aplicación a diferentes áreas de la realidad industrial (Udías, 2004), así como a múltiples disciplinas científicas.

A partir del modelo biológico, aparece la idea básica del algoritmo genético: generar un conjunto (población) con algunas de las posibles soluciones (individuos). Cada individuo tiene una información asociada a él. En un problema de optimización dicha

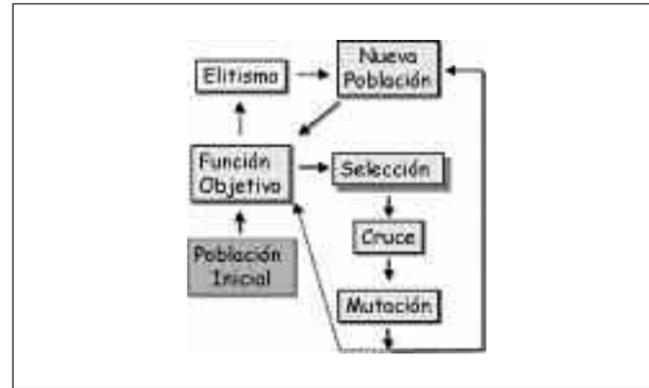


Fig. 1. Esquema de un algoritmo genético
Fig. 1. Scheme of a genetic algorithm

información corresponde con las variables de decisión, es decir, aquéllas para las que el algoritmo tiene que asignar valores para que una función sea mínima o máxima. Esa función se denomina función de coste y determina el grado de adaptación de un individuo. A dicha información se le va a denominar código genético.

Las características más importantes de los algoritmos genéticos son las siguientes:

- Manipulación directa de un sistema de codificación.
- Búsqueda a partir de una población en vez de un punto determinado.
- Búsqueda basada en muestreo (búsqueda ciega).
- Búsqueda utilizando operadores estocásticos.

Dado que el AG únicamente necesita una función objetivo para evaluar los diferentes puntos del espacio muestral, la búsqueda no exige continuidad, diferenciabilidad, convexidad, etc, lo que hace que los AG sean capaces de superar las limitaciones en este sentido de los métodos clásicos, confiriéndoles una gran robustez.

El esquema de funcionamiento de un algoritmo genético es el siguiente:

Algoritmo genético	
Generar un conjunto de Soluciones Iniciales	
Calcular la aptitud de cada Solución	
Repetir para cada Generación	
Generación=Generación+1	
Población	
Elitismo: seleccionar.	
Reproducción:	
Selección	
Cruce	
Mutación	
Reemplazar soluciones antiguas	
Evaluación	
Hasta qué Generación = Generación Máxima	
Mostrar Mejor Solución de la última generación	

Este algoritmo puede simular evolución y, si todo funciona bien en todas las fases del proceso, una población inicial de cromosomas padres mejorará y estos serán reemplazados por descendientes más adaptados todavía. El mejor individuo en la última población generada puede ser una excelente solución al problema.

La técnica de codificación de las soluciones puede variar de un problema a otro y de un algoritmo genético a otro, sin que exista ningún esquema de codificación que se adapte perfectamente a todos los problemas, pudiendo afirmarse que el éxito del método estriba en una buena codificación que se ajuste a la situación que se tenga que abordar.

La codificación supone encontrar una representación de las posibles soluciones del problema, al nivel del material genético de cada individuo. Estas soluciones pueden ser representadas por un conjunto de parámetros, los cuales se pueden agrupar en forma de cadena de valores, frecuentemente llamados *cromosomas* por paralelismo biológico con las cadenas de ADN. Las formas de codificar que se emplean más habitualmente son la codificación binaria, gray, real y entera.

La codificación binaria presenta problemas de transformación entre genotipo y fenotipo. En la tabla I, por ejemplo, si se comparan las representaciones binarias del número decimal "5" y el "6" se observa como únicamente se diferencian en un entero en el espacio fenotípico y en cambio se diferencian en dos bits en el genotípico (distancia de Hamming), lo que produce problemas en el funcionamiento del algoritmo genético. A este fenómeno se le conoce como "escarpe de Hamming" y para evitarlo se emplean

Decimal	Binario	Gray
0	0000	0000
1	0001	0001
2	0010	0011
3	0011	0010
4	0100	0110
5	0101	0111
6	0110	0101
7	0111	0100
8	1000	1100
9	1001	1101
10	1010	1111
11	1011	1110
12	1100	1010

Tabla I. Comparación entre codificación decimal, binaria y gray
Table I. Comparison between decimal, binary and gray coding

representaciones que mantienen las propiedades topológicas (propiedad de adyacencia) entre 2 valores consecutivos. De entre ellas, los denominados códigos Gray, (Caruana y Shaffer, 1988; Davis, 1991) se cuentan entre los más populares.

En el programa desarrollado (Udías, 2004) se empleó este último tipo de codificación, en el que se emplean un conjunto (mayor o menor dependiendo de la resolución deseada) de bits para representar el caudal bombeado en cada pozo. También se codificó la posición en uno de los nodos del acuífero de cada pozo mediante algunos bits, dependiendo del número de nodos totales en los que sea posible localizar pozos.

La función de evaluación juega el mismo papel en los algoritmos genéticos que el efecto ambiental en la evolución natural. La interacción de un individuo con su entorno dará una medida de su capacidad de supervivencia, y la interacción de un cromosoma con la función de evaluación dará una medida de la adecuación de éste para resolver el problema de optimización. En nuestro caso, con los caudales y posiciones que produce la decodificación del cromosoma, el programa (Udías, 1997) obtiene un valor para la función de evaluación, dependiendo de cual sea la función objetivo tratada: (12), (13) o (14).

En cuanto a la factibilidad, en los problemas de optimización la región factible del espacio de búsqueda se define por el conjunto de puntos que verifican todas las restricciones. En algunos problemas un algoritmo genético puede evaluar muchas posibles soluciones sin que ninguna sea factible. En el caso de espacios de búsqueda con restricciones, la generación aleatoria de soluciones factibles es un procedimiento que suele producir pobres resultados.

Por lo general, se emplean cinco estrategias básicas para evitar y operar con soluciones ilegales o infactibles cuando se trabaja con problemas con restricciones, (Michalewicz y Schoenauer, 1996):

- métodos de rechazo
- métodos basados en la conservación de la factibilidad de las soluciones
- métodos basados en funciones de penalización, que son los que se han aplicado en la implementación aquí presentada
- métodos basados en la distinción entre soluciones factibles y no factibles
- otros métodos híbridos

La selección guía la búsqueda hacia áreas prometedoras en cuanto a la posibilidad de contener buenas soluciones; debiéndose buscar el equilibrio entre la técnica de selección y la aplicación de los operadores de reproducción, para que el algoritmo implementado mantenga un balance adecuado entre explotación

y exploración. Si no se consigue dicho equilibrio, el algoritmo puede evolucionar demasiado lento o provocar una convergencia rápida hacia soluciones de muy baja calidad.

Las técnicas de selección pueden ser clasificadas esencialmente en deterministas o estocásticas. Las primeras seleccionan los cromosomas de acuerdo a un criterio, (por ejemplo, los individuos de mayor calidad). Dentro de las segundas se distinguen a su vez las de selección equiprobable y aquellas en que la probabilidad de selección depende de la función de calidad. Entre estas técnicas de selección estocásticas, las más utilizadas son las siguientes:

- selección proporcional:
 - ruleta
 - sobrante estocástico
 - universal estocástica
 - muestreo determinístico
 - rango
- selección por torneo
- selección por estado estacionario.

En la puesta a punto del programa (Udías, 1997) se aplicó inicialmente una ordenación completa de la población como técnica de selección. Dicha ordenación tenía importantes requerimientos en cuanto a tiempo de cálculo, además de provocar rápidamente poblaciones demasiado uniformes con lo que se perdía variabilidad genética y era normal que se atascase la evolución. La implementación del mecanismo de ruleta resultó bastante compleja y aunque supuso cierta mejora, la población acaba también siendo demasiado uniforme en pocas generaciones. Finalmente fue el mecanismo de torneo, con su sencilla implementación y escasos requerimientos en tiempo de proceso el que mejores resultados produjo, pues mantenía una buena variabilidad genética en la población y facilitaba la convergencia hacia soluciones óptimas. Dicha técnica de selección consiste en elegir dos cromosomas aleatoriamente y enfrentarlos, de forma que el mejor sobreviva en la mayoría de los casos.

También se aplicó elitismo (De Jong, 1975), mecanismo opcional que se emplea principalmente para asegurar que los mejores cromosomas de una generación cualquiera sobrevivan al menos hasta la siguiente generación. De esta forma se asegura que cada nueva generación sea al menos tan buena como la generación precedente. Sin embargo, si una gran parte de la población se protege de esta forma, la creación de nuevos cromosomas se ralentiza, afectando a la convergencia global del método; sobre todo si los cromosomas protegidos están representando un máximo local.

La reproducción es probablemente la etapa más

complicada y la que admite un mayor número de variantes. Con ella se crea la nueva generación de cromosomas a partir de los "cromosomas padres". La nueva generación de individuos se genera aplicando operadores de reproducción a los individuos seleccionados de la población actual. Los operadores de reproducción más importantes en la implementación de un algoritmo genético son el cruce y la mutación.

La definición adecuada de una técnica de cruce depende del contexto del problema a resolver (Tinetti, 1992). Las configuraciones surgidas por el cruce guardan ciertas similitudes con las configuraciones de las cuales se originan.

Según se explica en Mühlenbein (1992), el cruce proporciona una forma sencilla de explorar el espacio de búsqueda. Algunos de los operadores de cruce más frecuentemente usados son los siguientes:

- cruce de un único punto (Holland, 1975): selecciona aleatoriamente un punto de corte y combina alternativamente los dos trozos de cromosoma generados
- cruce de dos puntos (De Jong, 1975): selecciona aleatoriamente dos posiciones de corte (figura 2)
- cruce uniforme (Syswerda, 1989): cada gen en la descendencia se crea copiando el correspondiente gen de uno de los dos padres, escogido de acuerdo a una "máscara de cruce", generalmente aleatoria
- cruce acentuado (Schaffer y Morishima, 1987): emplea una cadena binaria de "marcas" para indicar la localización de los puntos que se cruzan.

Los resultados que se muestran en este artículo se obtuvieron aplicando una técnica de cruce doble.

Se denomina mutación a un operador que forma un nuevo cromosoma a través de alteraciones (usualmente pequeñas) de los valores de los genes de un

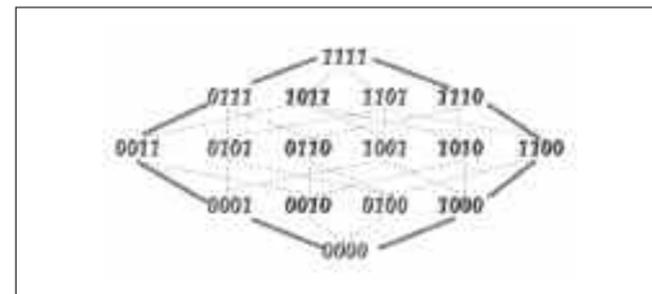


Fig. 2. A partir de los individuos del contorno de la figura se puede conseguir en un único paso cualquiera de los interiores, aplicando el mecanismo de cruce de dos puntos (codificación binaria)
 Fig. 2. From individuals of the contour of the figure any of the interior ones can be obtained by means of the two pints cross mechanism (binary coding)

solo cromosoma padre. Básicamente se trata de un mecanismo para asegurar que se introduce nuevo material genético. Sirve tanto para introducir nuevo material genético que no estaba originalmente en la población inicial, (Gen y Cheng, 1997), o para que genes que se habían perdido durante el proceso de selección puedan ser testados en un nuevo contexto. Este operador permite dotar a la búsqueda efectuada por un AG con una componente aleatoria, la cual suele ser importante para problemas con múltiples óptimos locales. La tasa de mutación que se aplicó a los ensayos que presentan en este trabajo es del 0,11%.

La mayoría de los algoritmos genéticos descritos en la literatura son generacionales, es decir, en cada generación se crea la nueva población completa a partir de los progenitores seleccionados. En algunos esquemas elitistas, las sucesivas generaciones se solapan en cierto grado, manteniendo parte de la población de la generación anterior. A la fracción de nuevos individuos de cada generación se le llama salto generacional, (De Jong, 1975). Algunas de las propuestas de reemplazo de población más empleadas son:

- algoritmo genético simple sin solapamiento de poblaciones: en cada generación toda la población es reemplazada (figura 3)
- algoritmo genético estacionario o con poblaciones solapadas: en cada generación se reemplaza únicamente una porción de la población por nuevos individuos
- algoritmo genético luchador: similar al algoritmo genético estacionario, pero, en lugar de reemplazar a los peores individuos de la población, los nuevos individuos sustituyen a los individuos similares dentro de la población.

En el desarrollo que se presenta en este artículo se utilizó un algoritmo genético simple en el que en cada generación se reemplazaban todas las soluciones padres menos la de mejor calidad (elitismo).

Aplicación

A continuación se presentan los resultados obtenidos con la aplicación del programa desarrollado a un ejemplo de verificación sintético. Sea el acuífero confinado rectangular que se muestra en la figura 4 en la cual se incluyen los nodos del mallado por elementos finitos aplicado, con una transmisividad isotropa de $0.03 \text{ m}^2/\text{s}$ y recargado con una precipitación uniforme de $5 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3/\text{m}^2\text{s}$.

Por razones de protección ambiental se han instalado tres piezómetros en los nodos numerados 32, 69

y 103 en los que se requiere que el nivel piezométrico no sea inferior a 75 m para limitar el flujo de agua contaminada hacia la zona derecha del acuífero; en la cual se instalará un campo de bombes en posiciones que se escogerán dentro de la zona señalada y en la que se incluyen los nodos con la numeración indicada en la figura 4. El problema se plantea en régimen estacionario.

Se presentan a continuación tres de los ensayos realizados para verificar el programa desarrollado, el primero (ensayo I) en el que se maximiza el caudal total para una situación fija de los pozos, el segundo (ensayo II) en el que para un caudal total fijo se busca una posición de los pozos y una distribución de caudales que minimice los descensos en los piezómetros

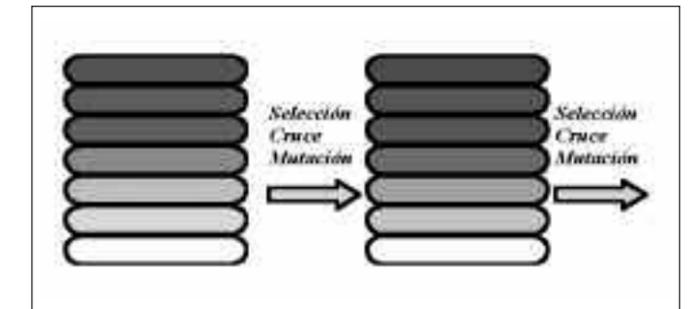


Fig. 3. Esquema generacional del algoritmo genético simple sin solapamiento de poblaciones (Udías, 2004)
 Fig. 3. Generational scheme of the simple genetic algorithm without overlapping of populations (Udías, 2004)

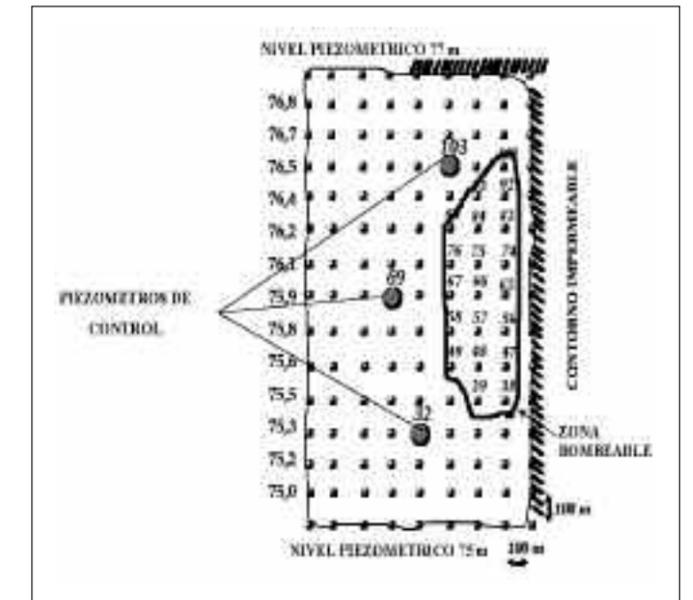


Fig. 4. Problema modelado
 Fig. 4. Modelled problem

y el tercero (ensayo III) en el que se busca una situación de los pozos y una distribución de caudales que maximice el caudal total bombeable.

La figura 5 muestra el resultado de uno de los tipos de optimización implementados, el que maximiza el caudal total bombeado para una posición prefijada de los pozos de bombeo (ensayo I). En concreto para este ejemplo se situaron los pozos de bombeo en las posiciones de la malla numeradas como 38, 66 y 92.

El programa maximiza la cantidad total de agua que se puede bombear con los pozos situados en esas posiciones, sin que se produzcan descensos mayores a los permitidos en los piezómetros de control. Los resultados detallados de este y los restantes ensayos está descrito en la tabla II. Como se observa en la figura 5 para una situación fija de los pozos el algoritmo es capaz de elegir unas cantidades a bom-

bear que agotan los descensos admisible en dos de los piezómetros (32 y 103).

La figura 6 corresponde al ensayo II, en el que el algoritmo debe situar los pozos dentro de la zona factible decidiendo las posiciones y caudales óptimos para cada pozo de forma que se obtenga el caudal dado, haciendo los descensos piezométricos lo menor posibles. En este caso se pide una cantidad total de $Q_t=0,14 \text{ m}^3/\text{s}$, que es mayor que la que se obtiene como óptima en el ensayo I.

El algoritmo consigue el caudal que se le solicita con una localización distinta a cuando los pozos habían sido fijados por el gestor y, como se puede observar en la curva de nivel de altura piezométrica de 75 m está bastante lejos de los piezómetros, es decir lejos de una situación de posible peligro, todo ello a pesar de que se está bombeando más agua que cuando la situación de los pozos era fija.

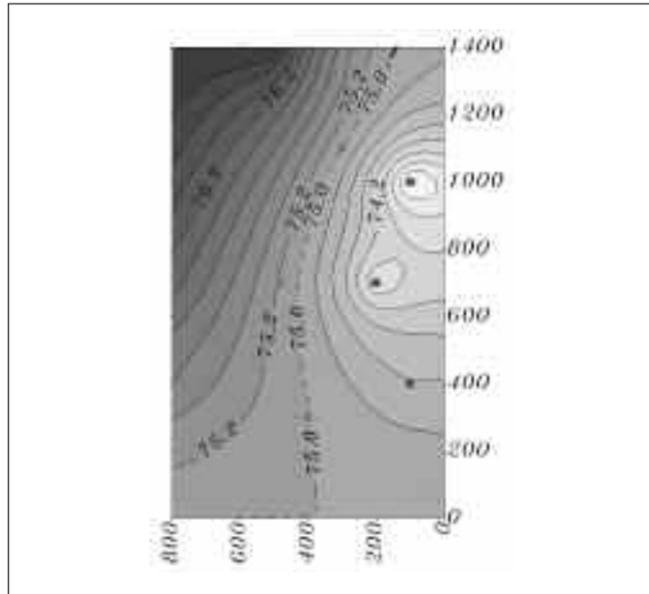


Fig. 5. Alturas piezométricas (en m) finales (ensayo I). Los puntos redondos son piezómetros y los cuadrados son los pozos de bombeos

Fig. 5. Final piezometric heads, in meters (test I). The round points are piezometers and the squared ones are the pumping wells

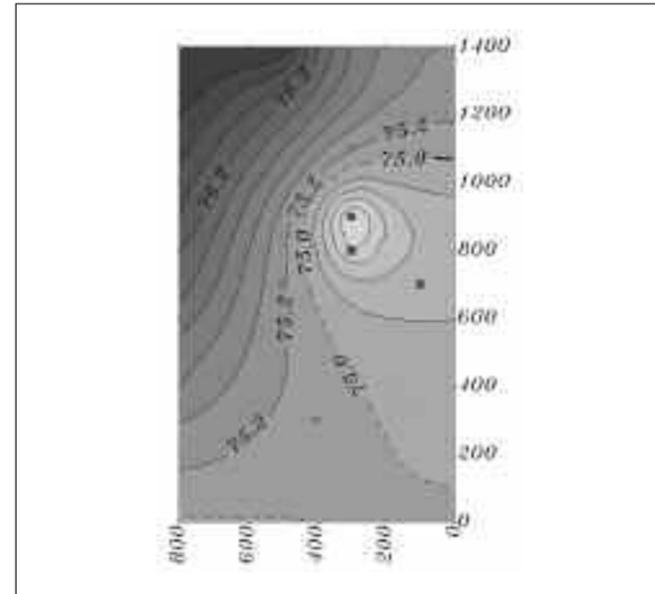


Fig. 6. Alturas piezométricas finales (ensayo II)
Fig. 6. Final piezometric heads (test II)

Ensayo	Problema de Optimización	Situación Pozos	1º Pozo (nº nodo)	Caudal (m³/s)	2º Pozo (nº nodo)	Caudal (m³/s)	3º Pozo (nº nodo)	Caudal (m³/s)	Caudal total (m³/s)
I	Caudal max.	Fija	38	0,0077	66	0,0460	92	0,0813	0,1350
II	Descenso min	Libre	65	0,0313	76	0,0329	85	0,0758	0,1400
III	Caudal máx.	Libre	47	0,0009	76	0,0729	85	0,0741	0,1479
III	Caudal máx.	Libre	101	0,0154	76	0,0941	85	0,0377	0,1472

Tabla II. Resultados de los ensayos
Table II. Results of the tests

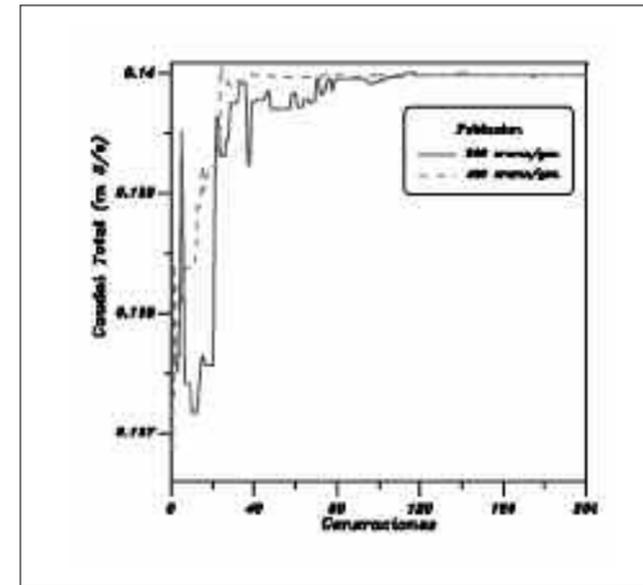


Fig. 7. Evolución del caudal total de la solución encontrada para cada generación, dependiendo del tamaño de la población (ensayo 11)

Fig. 7. Evolution of total flow of the solution for each generation, depending of population size (test 11)

La figura 7 muestra la evolución del caudal de bombeo total que el algoritmo va encontrando generación tras generación para el ensayo II, cuyo mapa piezométrico final se muestra en la figura 6. En la figura 8 se observa la evolución con las generaciones de la función de evaluación utilizada en este caso, que considera, además de los caudales obtenidos para cada solución, el comportamiento de esta última respecto a las restricciones (en especial respecto a las alturas mínimas admisibles en los piezómetros de control).

La figura 8 presenta como la calidad de la solución va mejorando con la evolución de la población, y como esta evolución se produce algo más rápidamente cuanto mayor sea el tamaño de la población (aunque el número total de evaluaciones que se deben realizar para alcanzar la convergencia es menor cuando la población es de 200 cromosomas); mientras que en la figura 7 se observa como las soluciones, que van mejorando en calidad, unas veces implican un mayor caudal total bombeado (aunque se viole en cierta medida alguna de las restricciones) y otras uno menor.

Las figuras 9 y 10 muestran los resultados correspondientes a otro de los tipos de optimización considerados (Ensayo III), consistente en decidir la posición y caudal que se debe bombear en cada uno de los pozos de forma que se maximice el caudal total

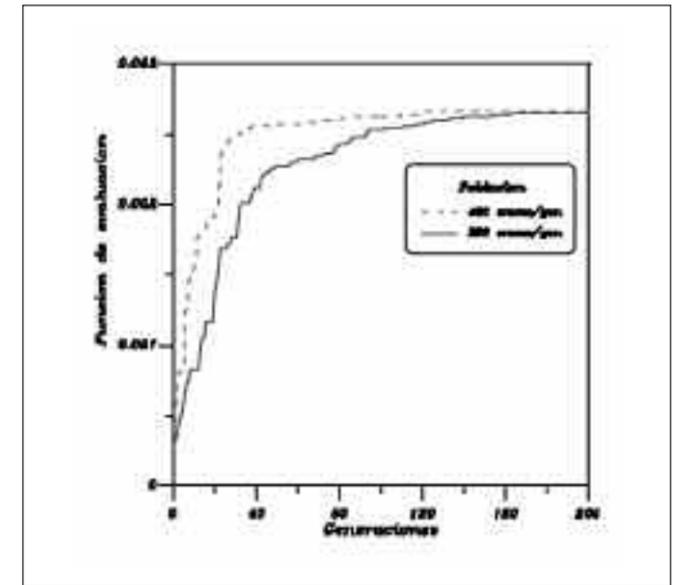


Fig. 8. Evolución de la función objetivo hacia el óptimo generación tras generación, dependiendo del tamaño de la población (ensayo 11)

Fig. 8. Evolution of objective function towards the optimum generation after generation, depending of population size (test 11)

que se extrae sin que se produzca violación en las restricciones de altura impuestas en los piezómetros de control.

Se puede apreciar en dichas figuras las dos mejores soluciones que produjo el programa. Recordemos que el funcionamiento de los algoritmos genéticos se basa en trabajar con conjuntos de posibles soluciones, lo cual les permite al final de cada ejecución entregar al gestor del acuífero una solución óptima absoluta y además un conjunto de soluciones pseudo-óptimas, entre las que el gestor podrá decidir cual es la más interesante atendiendo a otro tipo de aspectos no contemplados en la simulación (ya sean estos políticos o estratégicos, etc.).

Así, la figura 9 presenta la mejor solución encontrada después de simular con varias semillas iniciales diferentes. Es de reseñar como las curvas de nivel de los descensos piezométricos muestran una excelente aproximación de la curva de 75 m a los puntos en los que están situados los tres piezómetros de control. En la figura 10 se muestra una segunda solución que permite extraer un caudal de agua muy similar, pero con una localización de los pozos y distribución de caudales bastante diferente de la anterior y que produce además una situación en la que la curva de 75 m está bastante más alejada de la zona contaminada.

En los ensayos realizados se ha podido comprobar que el tamaño de la población y el número de gene-

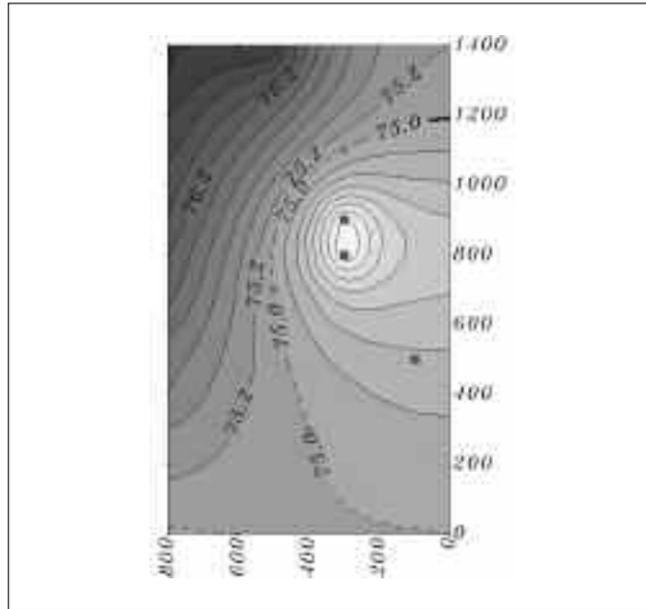


Fig. 9. Alturas piezométricas finales para el ensayo III (óptimo)
Fig. 9. Final piezometric heads for test III (optimum)

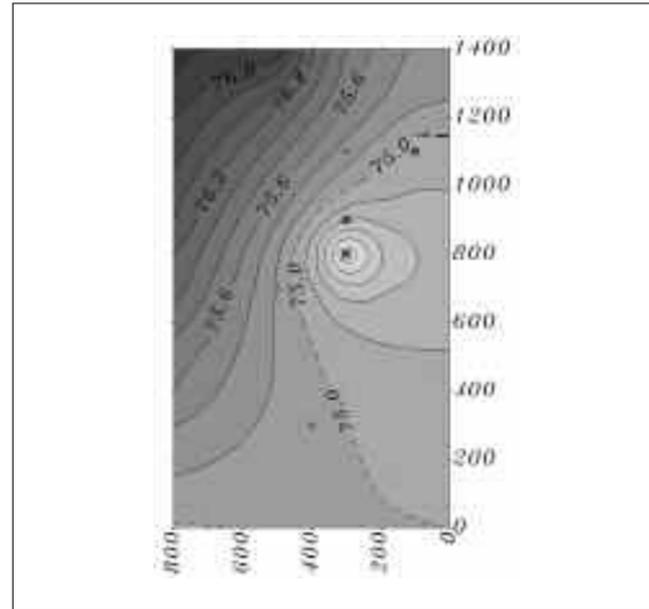


Fig. 10. Alturas piezométricas finales para el ensayo III (pseudo-óptimo)
Fig. 10. Final piezometric heads for test III (pseudo-optimum)

raciones necesarias para alcanzar la convergencia depende en gran medida del problema que se esté optimizando (únicamente maximización de caudal, localización óptima de los pozos y maximización de caudal, etc.). Para el problema modelo que se planteó inicialmente y en todos los ensayos que se realizaron, la convergencia hacia un óptimo se produjo siempre con menos de 200 generaciones de 200 cromosomas.

Hay que reseñar que todos los ensayos han sido realizados con una resolución para el caudal de cada pozo de $0.2/2^{12}=0.00004 \text{ m}^3/\text{s}$, es decir el caudal de cada pozo está codificado mediante 12 bits. Por tanto, con tres pozos tendremos 36 bits del cromosoma dedicados a codificar los caudales; pero, además, en aquellos problemas en los que se trate también de buscar la localización óptima del mismo habrá 5 bits por pozo dedicados a este fin, con lo que el cromosoma tendrá una longitud de 51 bits. Como el programa consigue la convergencia realizando menos de 40.000 evaluaciones (200 individuos durante 200 generaciones), en un espacio muestral de $2^{51}=2.25 \times 10^{15}$ posibles soluciones, esto implica que el algoritmo genético desarrollado encuentra el óptimo testando sólo una de cada 9×10^{19} soluciones.

Conclusiones

Al igual que en otros campos de la ingeniería, los

algoritmos genéticos muestran un excelente comportamiento en lo relativo a la gestión óptima de un campo de bombeos. Ventajas añadidas para el gestor son que este método puede resolver el problema de la localización más adecuada de los pozos, y producir más de una solución factible para la realización de la gestión.

Es por todo esto que este trabajo deberá continuar con una línea de investigación en la que se apliquen los algoritmos genéticos a problemas en régimen transitorio, y en especial a problemas concretos de control de contaminación o de gestión conjunta de aguas subterráneas y aguas superficiales.

Referencias

- Aguado, E. y Remson, I. 1974. Ground-Water Hydraulics in Aquifer Management. *J. Hydr. Div. ASCE*, 100(HY1), 103-108.
- Aly, A.H. y Peralta, R.C. 1999. Comparison of a genetic algorithm and mathematical programming to the design of groundwater cleanup systems. *Water Res. Research*, 35(8), 2415-2425.
- Caruana, R.A. y Shaffer, J.D. 1988. Representation and hidden bias: Gray vs. Binary coding for genetic algorithms. In Laird, L. Ed., *Proceedings of the Fifth International Workshop on Machine Learning*, pags. 153-161. San Mateo, CA: Morgan Kaufmann.
- Chang, L.C., Shoemaker, C.A. y Liu, P.L.-F. 1992. Optimal Time-Varying Pumping Rates for Groundwater

- Remediation: Application of a Constrained Optimal Control Algorithm, *Water Res. Research*, 28(12), 3157-3173.
- Dantzig, G.B. y Orchard-Hays, W. 1953. Alternate Algorithm for the Revised Simplex Method Using Product Form for the Inverse. *Rand Corp. Rept.* RM-1268.
- Davis, L. 1991. Handbook of Genetic Algorithms, Van Nostrand, New York.
- De Jong, K.A. 1975. An analysis of the behavior of a class of genetic adaptive systems. *Dissertation Abstracts International* 36(10), 5140B; UMI 76-9381. University of Michigan, Ann Arbor.
- Gen, M. y Cheng, R. 1997. Genetic Algorithms & Engineering Design. *John Wiley & Sons Inc.*, Canada.
- Gorelick, S.M. 1993. A Review of Distributed Parameter Groundwater Management Modeling Methods, *Water Res. Research*, 29(2), 305-319.
- Herrling, B. y Hecke, A. 1986. Coupling of Finite Element and Optimization Methods for the management of groundwater system. *Adv. Water Resources*, 9(6), 190-195.
- Holland, J.H. 1975. Adaptation in natural and artificial systems. Ann Arbor. *University of Michigan Press*.
- Huang, C. y Mayer, A.S. 1997. Pump-and-treat optimization using well locations and pumping rates as decision variables, *Water Resources Research*, 33(5), 1001-1012.
- Juncosa Rivera, R. 1991. Gestión Óptima de un Campo de Bombeo Mediante un Método de Programación Lineal, *Proy. fin de carrera. ETSI Minas de Madrid*.
- Kinzelbach, W. 1986. Groundwater modelling: An introduction with sample programs in BASIC. *Academic Press. Computer Science and applied Mathematics*.
- Maddock, T. 1972. Algebraic Technological Function from a Simulation Model. *Water Res. Research*, 8(1), 129-134.
- Meyer, P.D. y Brill, E.D. 1998. A Method for Locating Wells in a Groundwater Monitoring Network Under Conditions of Uncertainty. *Water Res. Research*, 24(8), 1277-1282.
- Michalewicz, Z. y Schoenauer, M. 1996. Evolutionary Algorithms for Constrained Parameter Optimization Problems. *Evolutionary Computation*, Vol. 4, No. 1, pp. 1-32.
- Mühlenbein, H. 1992. How Genetic Algorithms Really Work: Mutation and Hill-Climbing. *Parallel Problem solving from Nature-PPSN II*, pp.15-26, North-Holland.

- Ritzel, B.J. y Eheart, J.W. 1994. Using genetic algorithms to solve a multiple objective groundwater pollution containment problem. *Water resources Research*, 30(5), 1589-1603.
- Schaffer, J.D. y Morishima, A. 1987. An adaptive crossover distribution mechanism for genetic algorithms. In J.J. Grefenstette, Ed., *Genetic Algorithms and Their Applications: Proceedings of the Second International conference on Genetic Algorithms*. Erlbaum.
- Schwarz, J. 1976. Linear Models of Groundwater Resource Management. *Journal of Hydrology*, 28, 377-392.
- Srivastava, P. 2002. Watershed optimization of best management practices using AnnaGNPS and genetic algorithm. *Water Res. Research*, 38(3), 10.1029/2001WR000365.
- Syswerda, G. 1989. Uniform crossover in genetic algorithms. In *Proceedings of the Third International Conference on Genetic Algorithms*, pp 2-9. San Mateo (CA). *Morgan Kaufmann Publishers*.
- Tinetti, F. 1992. Metaheurísticas para Problemas de Optimización Combinatoria. *Diploma Thesis, Departamento de Informatica, Universidad Nacional de la Plata, Argentina*.
- Udías, A. 1997. Desarrollo de un programa para optimización de bombeos en acuíferos mediante algoritmos genéticos. *Proyecto fin de carrera E.T.S.I. Minas. U.P.M.*
- Udías, A. 2004. *Algunas Técnicas Heurísticas para la Optimización de la Explotación y Logística de los Hidrocarburos Gaseosos*. Tesis doctoral E.T.S.I. Minas de la U.P.M.
- Wanakule, N., Mays, L.W. y Lasdon L.S. 1986. Optimal Management of Large-Scale Aquifers: Methodology and Applications, *Water Res. Research*, 22(4), 447-465.
- Willis, R. y Finney, B. 1985. Optimal control of Nonlinear Groundwater Hydraulics: Theoretical Development and Numerical Experiments, *Water Res. Research*, 21(10), 1476-1482.

Recibido: julio 2004
Aceptado: junio 2005