

Análisis espacio-temporal del acuífero del cuaternario de Xàbia

F. Martínez⁽¹⁾, J. Mateu⁽²⁾, F. Montes⁽¹⁾ e I. Morell⁽³⁾

(1) Departamento de Estadística e I.O., Universitat de València, Dr Moliner, 50, E-46100 Burjassot, Spain.
Email: montes@uv.es

(2) Departamento de Matemáticas, Universitat Jaume I, Campus Riu Sec, E-12071 Castellón, Spain.
Email: mateu@mat.uji.es

(3) Departamento de Ciencias Experimentales, Universitat Jaume I, Campus Riu Sec, E-12071 Castellón, Spain.
Email: morell@exp.uji.es

RESUMEN

Los modelos matemáticos usuales de flujo o transporte necesitan del conocimiento del parámetro de interés a lo largo de una fina malla, que cubre la superficie del acuífero. Son varios e importantes los motivos que impiden la toma de datos en cada punto donde es necesario, lo que motiva la necesidad de los modelos estadísticos de predicción espacial en este contexto.

En este trabajo se propone una metodología estadística para la predicción espacio-temporal del nivel piezométrico. Los modelos propuestos analizan y separan la tendencia para posteriormente trabajar con el residuo estacionario. Mediante estos modelos analizamos la superficie piezométrica del acuífero de Xàbia.

Palabras clave: características físico-químicas del agua subterránea, kriging, modelos espacio-temporales, nivel piezométrico, REML, validación cruzada

Spatio-temporal analysis of the quaternary aquifer of Xàbia

ABSTRACT

The usual flow or mass transport mathematical models require the knowledge of the corresponding parameters of interest through a fine grid covering the whole surface of the study. However, there are several real circumstances that avoid taking measures where needed, which motivates the necessity of statistical models for spatial prediction.

We propose a statistical framework for the spatio-temporal prediction of the piezometric level. The proposed models analyze the trend to work with stationary residuals. These techniques are applied to analyze the piezometric surface of the Xàbia aquifer.

Key words: cross-validation, kriging, physical and chemical characteristics of groundwater, piezometric level, REML, spatio-temporal models

Introducción

Las áreas costeras de regiones semiáridas se suelen caracterizar por un régimen irregular de precipitaciones, normalmente inferiores a 400 mm/año, por la práctica ausencia de recursos hídricos superficiales y por una creciente demanda hídrica derivada de la presión agrícola y turística. Esta demanda se satisface esencialmente mediante el uso intensivo de las aguas subterráneas que conduce, en muchos casos, a situaciones de sobreexplotación, entendida ésta como el régimen de explotación en que los bombeos

superan a los recursos renovables (recarga). La principal consecuencia de esta sobreexplotación es el rebatimiento progresivo de la superficie piezométrica y el consiguiente desequilibrio hidrodinámico entre el agua dulce y el agua de mar que provoca el proceso denominado intrusión marina. El contacto agua dulce - agua salada en el seno del acuífero da lugar a la formación de una zona de mezcla cuya anchura depende de diversos factores (permeabilidad en la franja costera, espesor saturado del acuífero) y cuyo avance tierra adentro está relacionado básicamente con las variaciones piezométricas.

El resultado de este proceso es el deterioro progresivo de la calidad del agua del acuífero que se manifiesta por un rápido incremento de la salinidad y que puede reducir considerablemente los recursos disponibles. Esta situación, muy frecuente en el litoral mediterráneo español, es la principal causa del déficit hídrico que afecta en distinto grado a la mayor parte de los acuíferos costeros y que obliga a actuaciones de regeneración (disminución de los bombeos, recarga artificial) o de búsqueda de recursos alternativos (reutilización de aguas residuales, desalinización). El acuífero de Xàbia es un buen ejemplo de esta problemática, en el que la sobreexplotación y la intrusión marina se conocen desde hace décadas (Pulido-Bosch, 1976).

De acuerdo con todo lo anterior, se puede aceptar que existe una relación primaria entre las variaciones de nivel piezométrico y las características físico-químicas del agua subterránea, si bien estas características no sólo dependen de factores hidrodinámicos sino que están fuertemente influenciadas por procesos hidrogeoquímicos modificadores.

El objetivo de este estudio es conocer la evolución espacio-temporal de la superficie piezométrica del acuífero de Xàbia a partir de medidas de nivel piezométrico haciendo intervenir como covariables algunas características físico-químicas del agua subterránea. Disponemos para ello de observaciones de estas variables en un conjunto de pozos repartidos a lo largo de la superficie del acuífero (ver Figura 2). En este tipo de estudios, la modelización matemático-estadística constituye una herramienta adecuada para analizar la evolución del acuífero y proponer las actuaciones adecuadas sobre el mismo. Así, el conocimiento detallado de la superficie piezométrica del acuífero es esencial para determinar posteriores modelos matemáticos de ecuaciones de flujo o transporte. Y son los modelos estadísticos espaciales y espacio-temporales los que nos permitirán predecir adecuadamente los valores de los niveles piezométricos en cualquier lugar de la superficie del acuífero. En cualquier caso, en este trabajo nos restringimos a los modelos estadísticos, provenientes de la rama de la geoestadística, sin considerar modelos matemáticos, que de seguro se beneficiarán de los análisis propuestos.

El presente estudio se estructura de la siguiente forma: la Sección 2 está dedicada a la descripción de los datos: localización del acuífero y de los pozos, variables y tiempos; la Sección 3 contiene una breve exposición teórica de los modelos espacio-temporales; la Sección 4 muestra los resultados de la aplicación de los distintos modelos a los datos del acuífero, y las conclusiones que de ellos y de su comparación se derivan constituyen la última Sección.

El acuífero de Xàbia

El acuífero cuaternario de Xàbia pertenece al subsistema *Peñón-Montgó-Bernia-Benissa*, que se enmarca en el sistema denominado *Prebético de Valencia y Alicante* (IGME, 1988). Según la nomenclatura del Plan Hidrológico del Júcar (1977), el acuífero pertenece a la Unidad Hidrogeológica nº 47 del Sistema de Explotación Marina Alta (Figura 1). Se localiza en el extremo nororiental de la provincia de Alicante, en la Marina Alta, encajado entre la Sierra de Benitachell, Castell de la Solana y el Cabo San Martín en la zona sur, y el Macizo del Montgó y el Cabo San Antonio en la zona norte. Está formado por materiales detríticos cuaternarios heterogéneos, gravas, arenas y limos de origen fluvial, con granulometrías muy variadas que van desde bloques a conglomerados heterométricos (DPA, 1999). Información detallada acerca de la climatología de la zona en el período de estudio, así como de las características geológicas e hidrogeológicas pueden encontrarse en Blasco (1988).

El acuífero es libre con valores altos de transmisividad, que oscilan entre 750 y 7500 m²/día (Pulido-Bosch, 1976) y con cotas piezométricas que, en general, van desde -3 mb.n.m a 30 ms.n.m., si bien han variado con el tiempo (Armayer et al., 2000). Hay que hacer notar que disponemos de algunos pozos que muestran niveles piezométricos de hasta 80 ms.n.m., los cuáles al ser incluidos en nuestro modelo, evidentemente influirán en las predicciones. El gradiente hidráulico presenta una trayectoria preferencial hacia el este, donde se sitúa el mar Mediterráneo y, por lo tanto, el flujo del agua en régimen estacionario seguirá esta dirección. Solamente el aumento de intensidad en los bombeos estacionales variará las direcciones preferentes de flujo (DPA, 1999). La recarga del acuífero se produce a través del agua de lluvia y agua de escorrentía superficial en gran parte canalizada a favor del río Gorgos; también existe cierta alimentación lateral procedente de las formaciones calizas adyacentes del Tossalet y por los retornos de riego. La descarga principal se realiza a través de bombeos y por salidas naturales al mar. Los recursos hídricos se han cifrado en 3 hm³/año con un déficit estimado en 1 hm³/año, aunque actualmente se considera equilibrado (DPA, 1999; Armayer et al., 2000).

Pozos, variables y tiempos

El período de observación y toma de datos abarca desde diciembre de 1985 a septiembre de 1987. En un primer conjunto de 19 pozos, A, se tomaron datos en 18 ocasiones, aproximadamente cada 37 días. Los

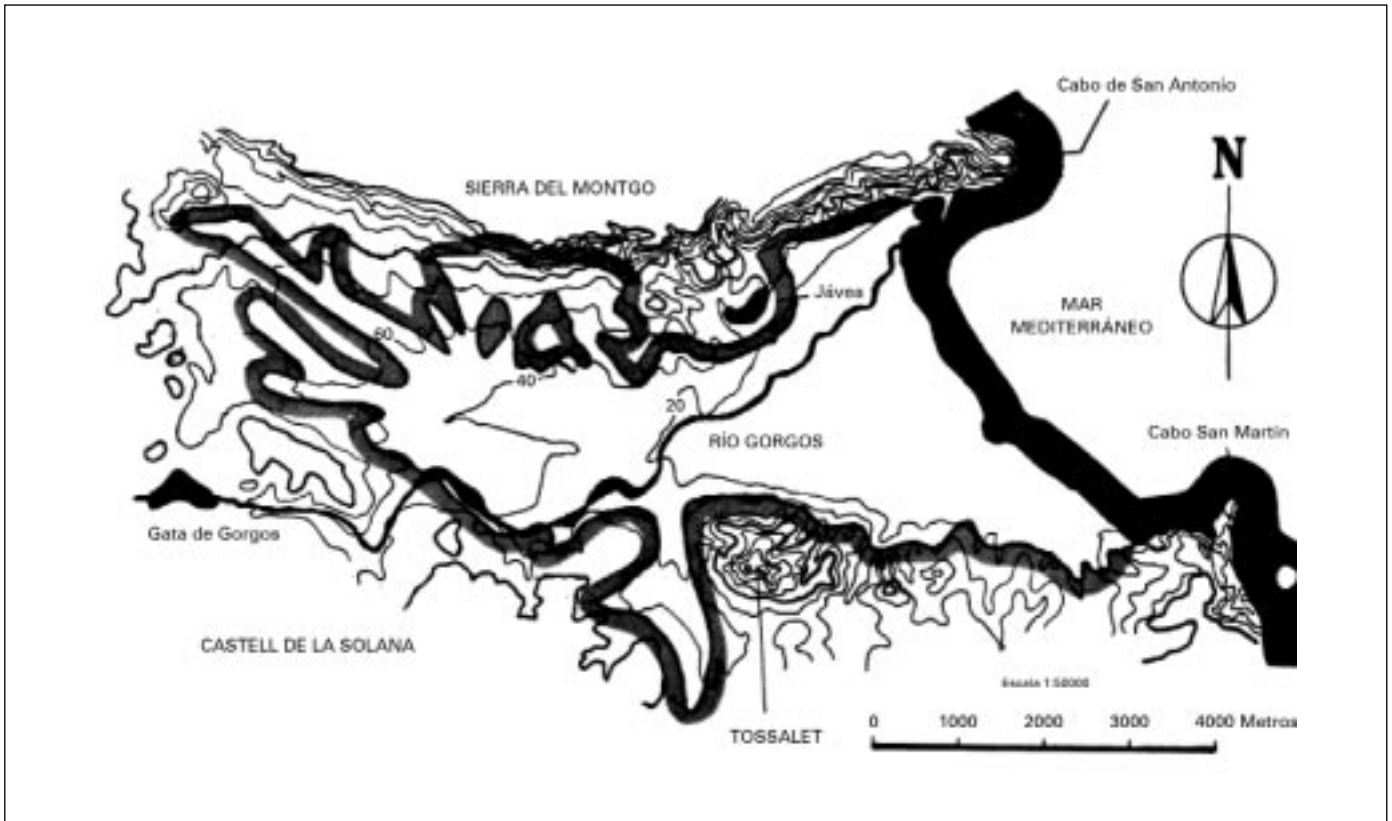


Fig. 1. Localización del acuífero del cuaternario Xàbia
 Fig. 1. Location map of the quaternary aquifer of Xàbia (Spain)

parámetros medidos fueron las concentraciones de Na^+ , K^+ , Ca^{2+} , Mg^{2+} , Cl^- , HCO_3^- , SO_4^{2-} , Br^- , NO_3^- , B, el pH, la conductividad y el nivel piezométrico. Además se dispone de observaciones para septiembre de 1987 en un conjunto adicional de 124 pozos, B , si bien en todos ellos, y para ambas fechas, falta la medida del nivel piezométrico. Las localizaciones de los pozos en el acuífero se muestran en la Figura 2. En ella, los 19 pozos con seguimiento temporal aparecen señalados con un punto (\bullet) y los 124 restantes con una equis (x).

Modelos espacio-temporales

Consideremos el proceso estocástico $Z_t(s)$ en la localización s y el tiempo t . Hemos observado el valor del proceso en un conjunto puntos $\{Z_t(s), s \in D, t \in T\}$, y deseamos predecir el valor del proceso original, $Z_{t_0}(s_0)$, en la localización $s_0 \in D$ y el tiempo t_0 . Suponemos además que los valores de Z han sido observados sin error de medida.

Asumimos que podemos descomponer los datos como la suma de una *tendencia* (variación determi-

nista a gran escala) y un *error* (variación aleatoria a pequeña escala),

$$Z_t(s) = \mu_t(s) + \delta_t(s) \quad (1)$$

donde $E(Z_t(s)) = \mu_t(s)$ and $\delta_t(\cdot)$ es un proceso intrínsecamente estacionario con media cero y variograma $2\gamma_u(h) = \text{Var}(Z_{t+u}(s+h) - Z_t(s)) = \text{Var}(\delta_{t+u}(s+h) - \delta_t(s))$ que caracteriza la dependencia espacial.

La media del proceso, $\mu_t(s)$, puede expresarse como una función lineal de un conjunto de k regresores o variables explicativas $x_t(s) = (x_{t,1}(s) \dots x_{t,k}(s))$

$$\mu_t(s) = x_t(s)' \beta \quad (2)$$

donde β es el vector de coeficientes. Sustituyendo en (1) y utilizando notación matricial,

$$z_t = x_t \beta + \delta_t \quad (3)$$

donde z_t es el vector de las observaciones, X_t es la matriz del diseño y δ_t el vector de los residuos, cuya matriz de varianza-covarianzas denotamos por Σ . Necesitamos estimar las componentes de β y Σ , que

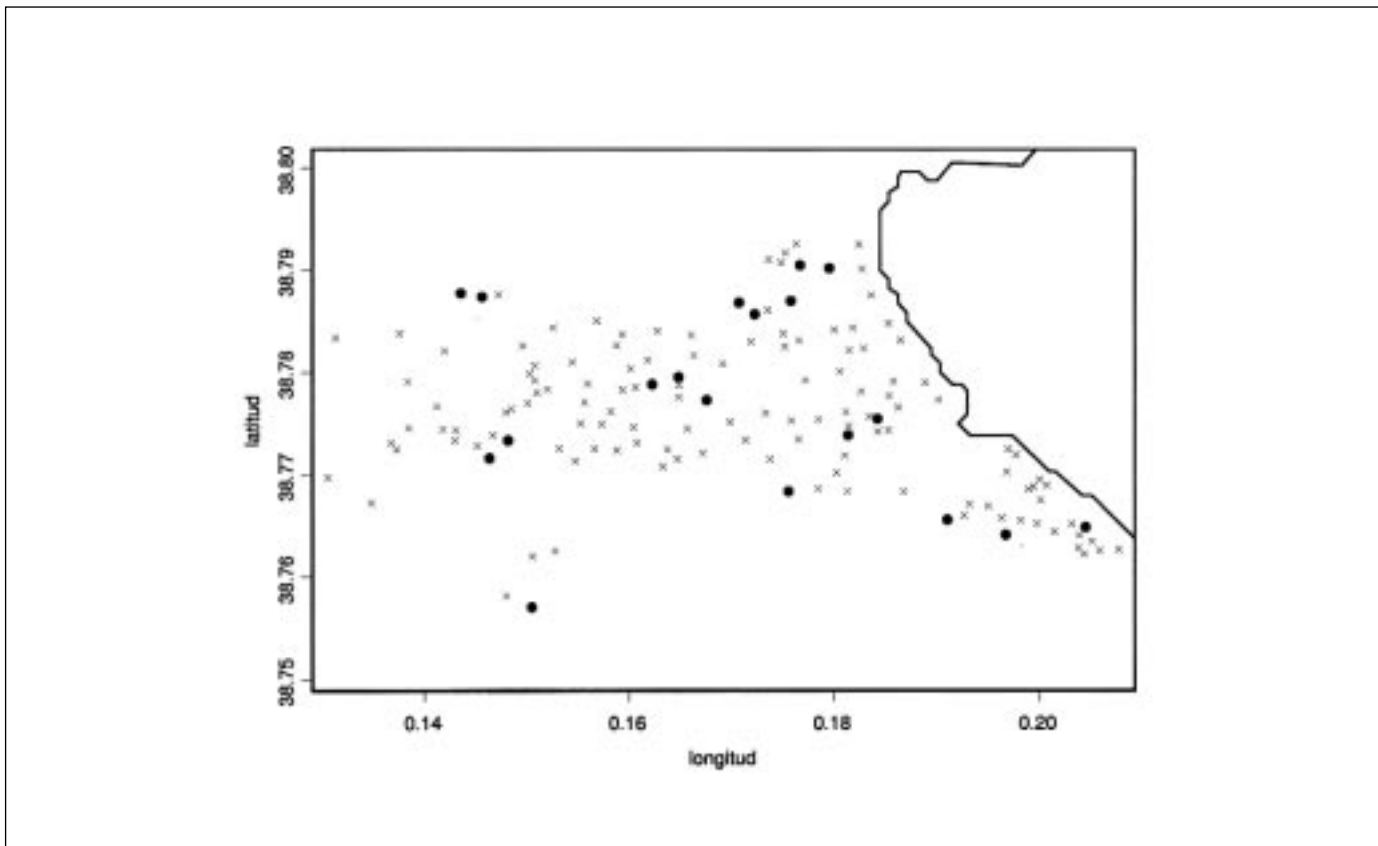


Fig. 2. Localización de los pozos muestreados
 Fig. 2. Spatial locations of the selected wells

bajo la hipótesis de estacionariedad del proceso dependerá de un vector de parámetros θ , es decir, $\Sigma = \Sigma(\theta)$.

La estimación de ambos conjuntos de parámetros puede realizarse mediante un procedimiento iterativo y secuencial basado en el GLM (General Linear Model) que consiste en llevar a cabo una primera estimación de β mediante mínimos cuadrados ordinarios, esta estimación se utiliza para estimar los valores de θ , con los que se reinicia el proceso y se obtienen, mediante mínimos cuadrados generalizados, nuevas estimaciones de β . El procedimiento se repite hasta que las estimaciones convergen. Este proceso conduce a estimaciones sesgadas de los parámetros. Un método alternativo para soslayar esta dificultad es el llamado REML (Restricted Maximum Likelihood), que permite estimar simultáneamente ambos parámetros (Cressie, 1993).

Las componentes de θ son los parámetros de $2\gamma_u(h)$, variograma del error aleatorio δ_i . Dicho error puede estimarse mediante

$$\hat{\delta}_i(s) = Z_i(s) - x_i(s)' \hat{\beta} \quad (4)$$

El estimador de Cressie y Hawkins (Cressie, 1993) es un estimador robusto para el variograma y tiene por expresión,

$$2\hat{\gamma}_u(h) = \left(\frac{1}{|N_u(h)|} \sum_{(s_i, t_i), (s_j, t_j) \in N_u(h)} \left| \hat{\delta}_{i_i}(s_i) - \hat{\delta}_{j_j}(s_j) \right|^{1/2} \right)^4 \Bigg/ \left(0,457 + \frac{0,494}{|N_u(h)|} \right) \quad (5)$$

donde $N_u(h) = \{(s_i, t_i), (s_j, t_j) : s_i - s_j = h, t_i - t_j = u\}$ y $|N_u(h)|$ es el número de pares distintos en $N_u(h)$. Obsérvese que para un variograma isotrópico se verifica, $2\gamma_u(h) = 2\gamma_u(\|h\|)$.

Una vez estimados los parámetros podemos obtener predicciones y sus errores en nuevas localizaciones y tiempos, $\hat{Z}_{10}(S_0)$, mediante la suma del valor estimado de la tendencia determinista a gran escala, $\mu_{10}(S_0)$, y el valor estimado del error $\hat{\delta}_{10}(S_0)$. Los detalles para la obtención de estas estimaciones pueden consultarse en Cressie (1993). Señalemos por último que

este procedimiento puede adaptarse fácilmente al caso puramente espacial eliminado el índice temporal de las anteriores expresiones.

Modelización de la superficie piezométrica del acuífero de Xàbia

Modelo puramente espacial

Aplicaremos en primer lugar un modelo puramente espacial a los niveles piezométricos observados en los 19 pozos del conjunto A en septiembre de 1987.

Análisis exploratorio de los datos

El proceso es claramente no estacionario como se deduce de la observación de la Figura 3, que nos muestra cómo el nivel piezométrico crece a medida que nos alejamos de la costa. Para soslayar este problema y conseguir la estacionariedad intrínseca del proceso podemos modelizar la media, lo que hemos llamado *tendencia determinista* en (1), mediante una forma cuadrática de las coordenadas geográficas.

Podemos también incorporar a esta modelización otras covariables, que pueden ser algunas de las componentes del agua o transformaciones de las mismas. Optamos por esta segunda opción y en lugar

de utilizar directamente las otras variables observadas en cada uno de los 19 pozos, hemos recurrido al análisis factorial para reducir el número de covariables sin perder información de interés. Esta técnica se utiliza con frecuencia en estudios hidrogeoquímicos y, además de la reducción de dimensión citada, permite interpretar alguno de los factores en función de fenómenos hidrogeológicos e hidrogeoquímicos de interés.

Hemos llevado a cabo el análisis factorial con todas las observaciones disponibles y con todas las variables químicas excepto la conductividad y el pH, muy correlacionadas con las restantes, y los bromuros, por presentar gran cantidad de datos faltantes.

El resultado del análisis factorial conduce a tres factores que explican el 78 % de la varianza, del que el 49 % corresponde al primer factor, el 18 % al segundo y el 12 % restante al tercero. Las componentes de cada factor se muestran en la Tabla 1 y de ellas se deduce que el primer factor, sin duda el más importante, está relacionado con la intrusión del agua marina en el acuífero.

Propondremos dos modelos para analizar los datos del acuífero: el primero, *modelo 1*, tendrá como covariables solamente las de la forma cuadrática de las coordenadas geográficas con la latitud modificada mediante una traslación negativa de 31°; el segundo, *modelo 2*, contiene además los tres factores como covariables.

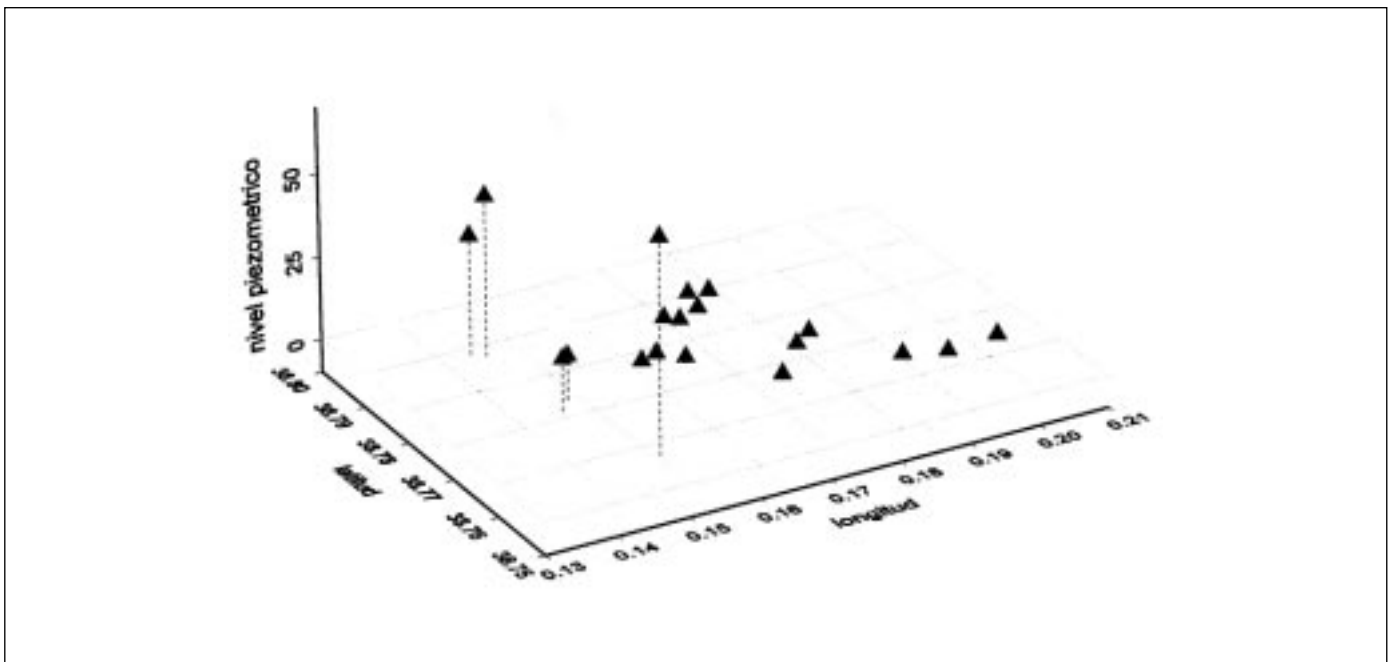


Fig. 3. Gráfico de dispersión 3-D del nivel piezométrico
Fig. 3. 3-D scatterplot of the piezometric level

Resultados

La Tabla 2 resume los resultados para ambos modelos. La primera parte muestra las estimaciones de las componentes del vector β correspondiente a cada modelo. No hay por tanto valores para los tres factores en el *modelo 1*.

La segunda parte de la Tabla 2 recoge las estimaciones de las componentes de θ . Se observa que para el *modelo 2* faltan valores. Para comprender los motivos de estas ausencias hemos de remitirnos a la Figura 4 que muestra (gráfica de la derecha) cómo el semivariograma ajustado al error del *modelo 2* es una recta paralela al eje de distancias, lo que significa que no existe prácticamente variación espacial. Al poder suponer constante la varianza, ésta puede estimarse mediante la varianza de los residuos obtenidos después de eliminar la tendencia. El único valor que aparece en la tabla para el *modelo 2* es esta varianza y no el nugget. La Figura 4 muestra también a su izquierda el semivariograma de tipo exponencial ajustado al error del *modelo 1* mediante mínimos cuadrados ponderados, cuyos parámetros son los de la tabla.

La tercera parte de la Tabla 2 proporciona información sobre la bondad de los modelos basada en técnicas de validación cruzada (Huang y Cressie, 1996). La cantidad *CRV1* contrasta la insesgadez de la predicción y debe valer aproximadamente 0; la cantidad *CRV2* depende de la precisión de la desviación típica del error de predicción y su valor debe de estar muy

	Componentes de los factores		
	1	2	3
Sodio	.8860	-.2770	-.0130
Potasio	.4869	.3851	.2924
Calcio	.7981	-.0609	-.2487
Magnesio	.8930	-.3069	-.0137
Cloruros	.9120	-.3485	-.1257
Bicarbon	.0481	-.1315	.7929
Sulfatos	.6381	.4609	-.0379
Nitratos	.2319	.7366	-.4331
Boro	.5078	.4724	.5533

Tabla 1. Componentes de los tres primeros factores
 Table 1. Components of the first three factors

Parámetro	Modelo 1	Modelo 2
Constante	393.8324	369.3819
longitud	-3094.2980	-2837.1140
latitud	-4271.8620	-3039.6380
longitud ²	7433.8810	6776.5380
latitud ²	107924.9000	106230.6000
long*lat	-10675.7300	-18034.8200
factor 1	-	3.8120
factor 2	-	-0.2619
factor 3	-	5.5392
nugget	0.0000	11.6677
range	0.0064	-
sill	46.8155	-
CVR1	0.0024	0.0053
CVR2	1.1005	0.8222
CVR3	5.5679	3.3247

Tabla 2. Resumen de los resultados para ambos modelos
 Table 2. Summary of the results for both models

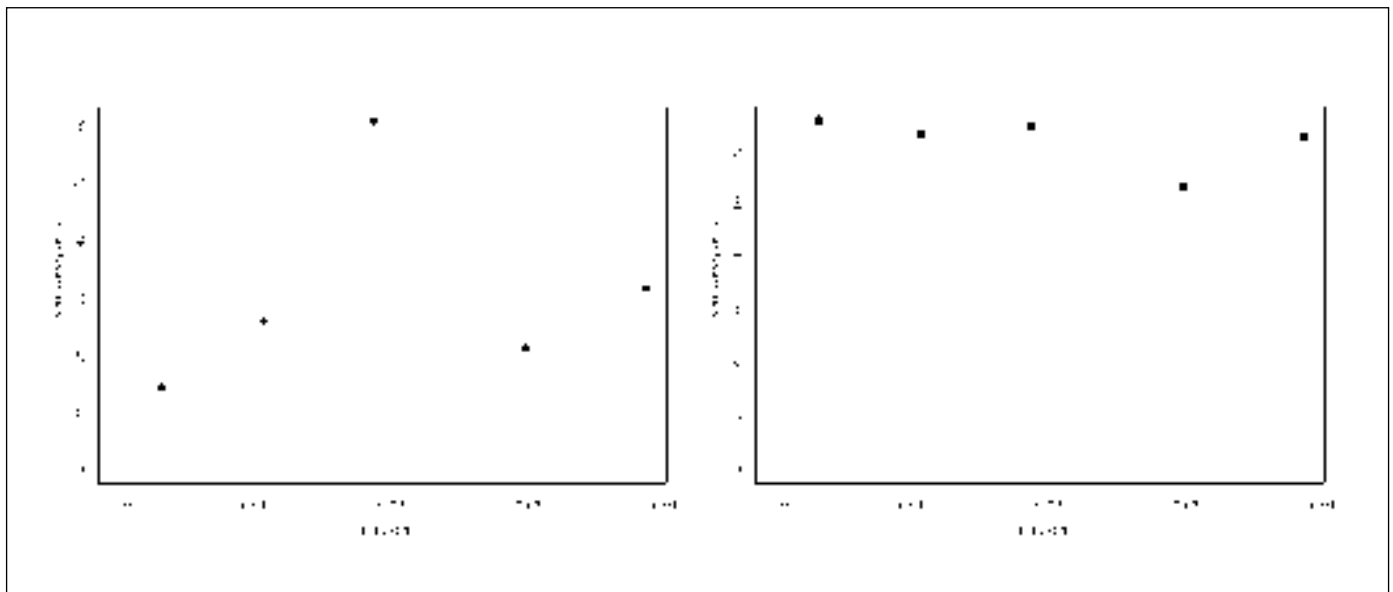


Fig. 4. Semivariograma de los modelos 1 (izquierda) y 2 (derecha)
 Fig. 4. Semivariogram for models 1 (left) and 2 (right)

próximo a 1; por último, la cantidad *CRV3* es una medida de la bondad de la predicción, concretamente su error estándar.

La Tabla 3 muestra las predicciones del nivel piezométrico obtenidas con ambos modelos para los 19 pozos del conjunto

A. Se recogen también, a efectos de comparación, los valores observados.

La calidad de las predicciones, medida en términos de los errores asociados, puede apreciarse en las curvas de nivel de las Figuras 5 y 6.

Modelo espacio-temporal

La variación espacio-temporal del nivel piezométrico de los 19 pozos a lo largo de los 18 tiempos observados se ha estudiado con sendos modelos espacio-temporales, *modelo 3* y *modelo 4* equivalentes a los dos *modelos 1* y *2*, respectivamente. Es decir, las tendencias deterministas a gran escala utilizadas han sido las correspondientes a los *modelos 1* y *2*, que una vez abstraídas dan lugar a sendos errores espacio-temporales a partir de los cuáles hemos obtenido

pozo	nivel p.	Modelo 1		Modelo 2	
		predicción	error	predicción	error
B1	-0.04	-1.4712	6.7514	0.0623	4.5114
C1	0.32	-7.5956	5.4707	-2.4552	4.2025
D1	-0.06	-2.9460	4.9206	-5.2079	3.8225
D2	-0.53	-1.7683	4.2388	1.2769	3.8025
D3	-0.14	0.4868	5.2255	-4.3666	4.2238
F1	-0.40	2.6533	4.5414	1.4482	4.5245
F2	0.21	4.5465	4.7903	9.1489	3.9898
G1	-0.39	5.9330	6.6164	3.4782	4.6162
G2	0.37	1.6439	6.2727	-0.5054	3.9159
G3	-0.10	3.9731	6.0871	1.0899	4.1536
H1	-0.13	-2.8885	5.3100	-0.3972	3.9933
J1	-0.37	-0.6476	4.5952	-3.2564	3.8005
J2	-0.53	2.7423	5.1377	1.0643	3.7438
J4	-0.66	-2.4620	5.5119	-3.8192	3.7180
L1	14.30	15.6160	5.0409	18.0320	4.0353
L2	16.22	20.5712	5.0702	17.3893	4.2605
L4	65.15	58.9140	7.1553	63.0455	4.7695
O1	48.81	33.4911	4.7362	45.2135	4.2995
O2	37.67	48.2473	4.7578	38.4589	4.1924

Tabla 3. Predicción y error de predicción con ambos modelos para los 19 pozos del conjunto A
 Table 3. Prediction and associated standard error for both models for the 19 selected wells of set A

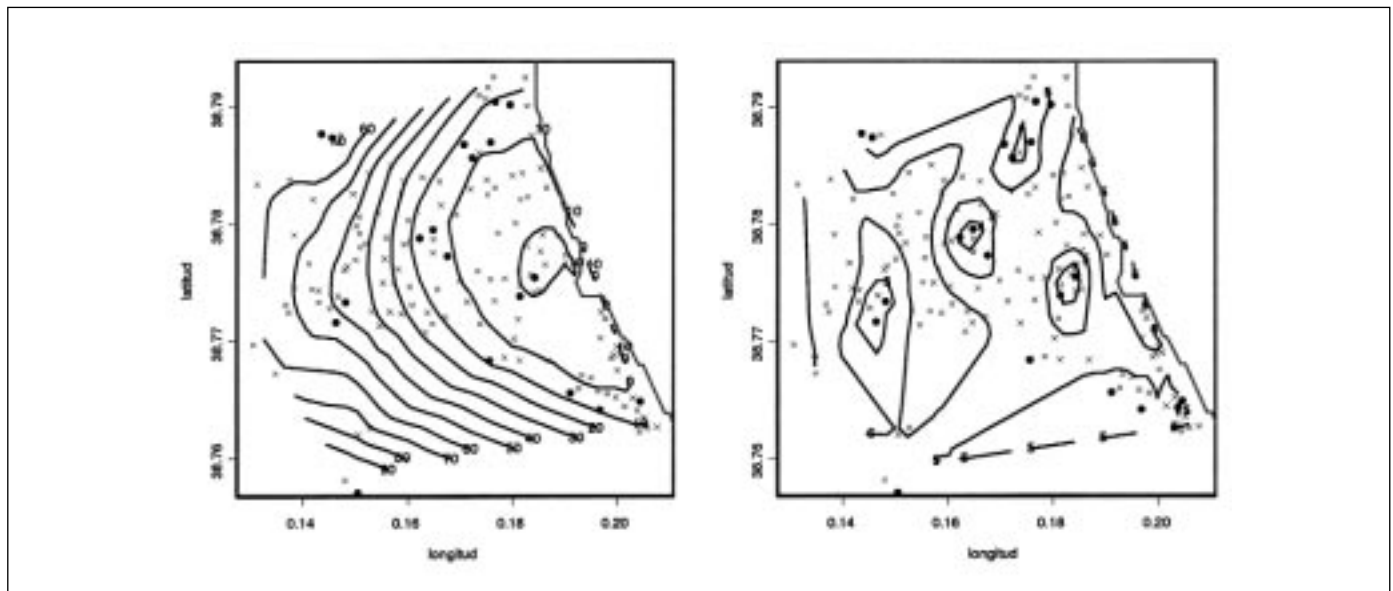


Fig. 5. Predicción (izquierda) y error de predicción (derecha) para el modelo 1 del nivel piezométrico para los 124 pozos del conjunto B
 Fig. 5. Prediction (left) and associated prediction error (right) of piezometric level for model 1 and the 124 wells of set B

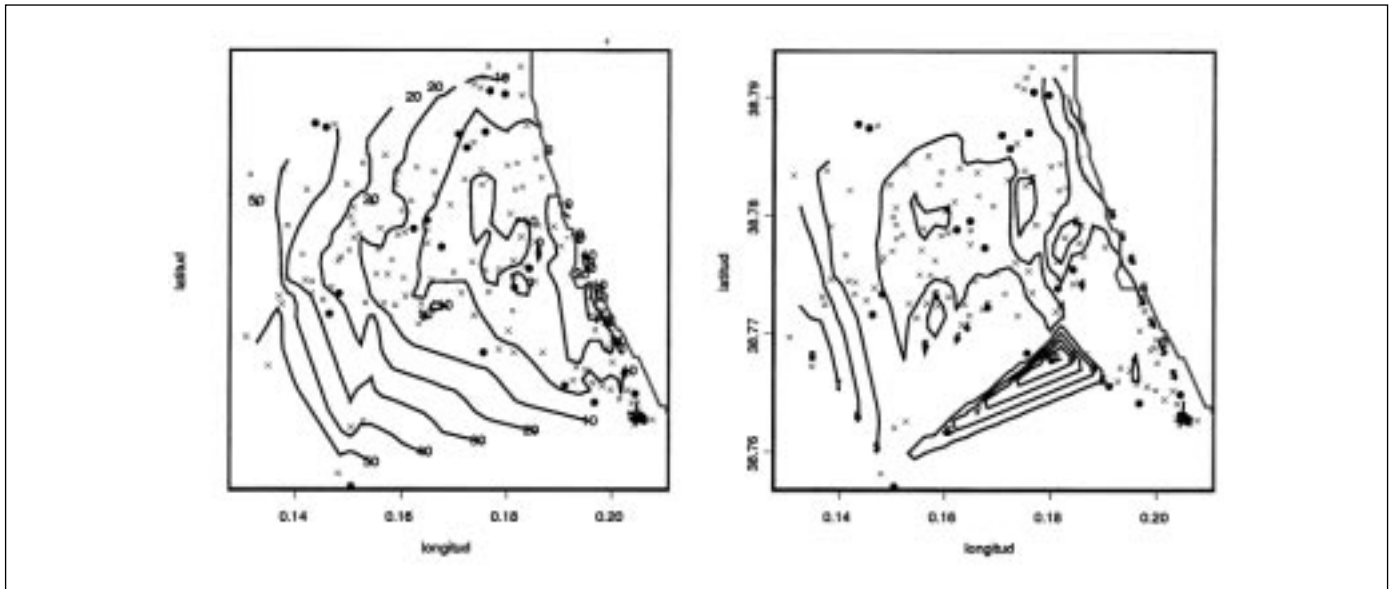


Fig. 6. Predicción (izquierda) y error de predicción (derecha) para el modelo 2 del nivel piezométrico para los 124 pozos del conjunto B
 Fig. 6. Prediction (left) and associated prediction error (right) of piezometric level for model 2 and the 124 wells of set B

los variogramas correspondientes. En ambos casos, hay carencia de variabilidad temporal, como bien puede apreciarse en la Figura 7 que muestra el semivariograma empírico de los residuos del *modelo 3* obtenido según (5). Obsérvese que los variogramas empíricos son paralelos en el tiempo. No ha lugar a estimar los parámetros del semivariograma puesto

que al carecer de componente temporal obtendríamos valores muy parecidos a los de la Tabla 2.

Conclusiones

En este trabajo se ha presentado una metodología

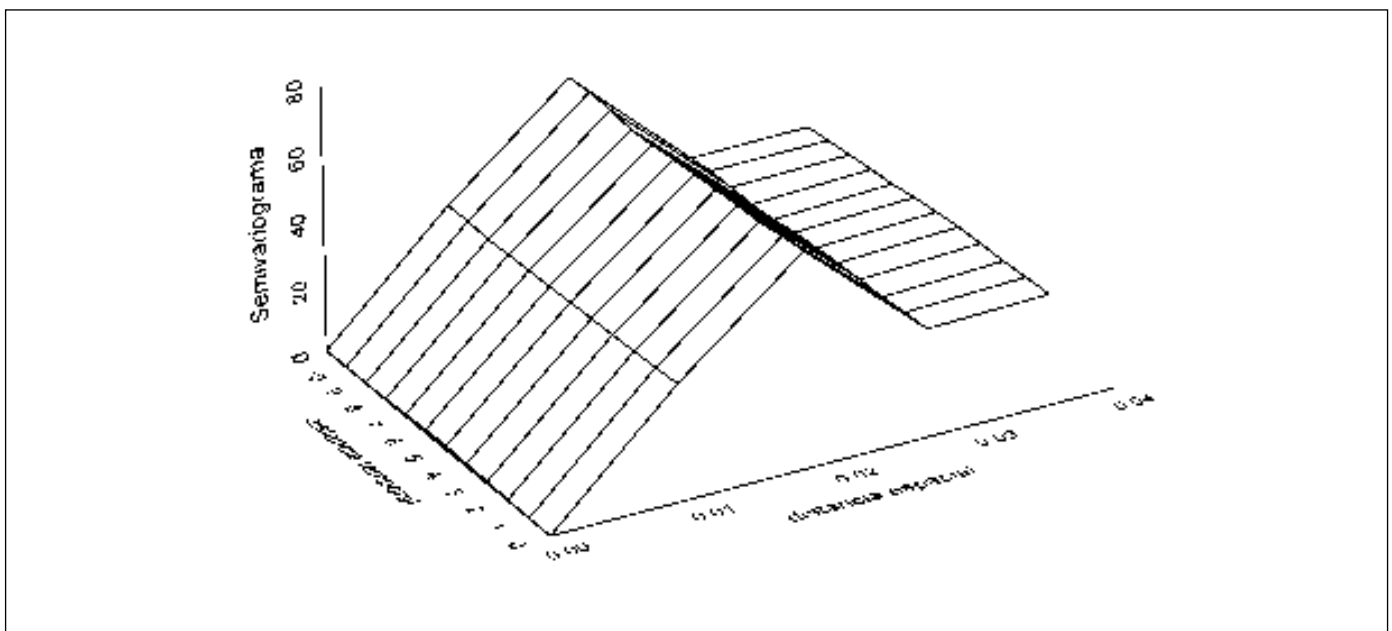


Fig. 7. Semivariograma espacio-temporal
 Fig. 7. Spatio-temporal semivariogram

válida para el análisis de la variabilidad espacial y espacio-temporal de ciertos parámetros de interés en relación con los acuíferos. Los modelos pueden ser utilizados con el objetivo final de la modelización estadística, o bien como soporte para otros modelos matemáticos.

Los resultados expuestos en la sección anterior permiten concluir que:

1. El *modelo 2* presenta mejores prestaciones que el *modelo 1*. El valor de *CRV3*, error estándar de la predicción, es mucho mejor para aquél, 3.32, que para éste, 5.56, presentando las otras dos cantidades valores semejantes.
2. La mayor bondad del *modelo 2* supone admitir que no existe efecto espacial a pequeña escala y que éste se manifiesta sólo a gran escala, de manera que el nivel piezométrico puede explicarse satisfactoriamente mediante una superficie de regresión espacial que depende de las coordenadas geográficas, a través de una forma cuadrática, y de los tres factores derivados de las características químicas del agua.
3. Los modelos espacio-temporales no han resultado satisfactorios al carecer sus variogramas de variabilidad temporal.

Agradecimientos

Los autores quieren agradecer a la Profesora María Pilar Blasco de la Universidad de Alicante su inesti-

mable colaboración al permitirnos utilizar los datos de su tesis doctoral.

Este trabajo ha sido financiado parcialmente con cargo al proyecto BFM-2001-3286 de la DGICYT.

Referencias

- Armador, J.L., Murillo, J.M. y Rodríguez, L. 2000. Recarga artificial en el acuífero de Jávea mediante el aprovechamiento de los excedentes hídricos procedentes del río Jalón-Gorgos (Alicante). *V Congreso Geológico de España*. Alicante.
- Blasco, M.P. 1988. *Estudio Hidroquímico del Acuífero del Cuaternario de Jávea (Alicante)*. Tesis Doctoral. Universidad de Alicante.
- Cressie, N. 1993. *Statistics for Spatial Data*, Revised Edition. John Wiley, New York.
- Diputación Provincial de Alicante (DPA). 1999. *Recarga artificial de acuíferos*. Ed. DPA. 157 pp.
- Huang, H.C. y Cressie, N. 1996. Spatio-temporal prediction of snow water equivalent using the Kalman filter. *Computational Statistics and Data Analysis*, 22, 159-175.
- Pulido-Bosch, A. 1976. Salinización y recarga artificial en el acuífero de Jávea (Alicante). *Hidrogeología y Recursos Hidráulicos*, 2, 772-787.

Recibido: Mayo 2003

Aceptado: Septiembre 2003