

Una nueva metodología para resolver problemas de tomografía en transmisión

J.L. Fernández Martínez, L.M. Pedruelo González y C.O. Menéndez Pérez

Dpto. de Matemáticas, Área de Matemática Aplicada, Universidad de Oviedo, C/ Calvo Sotelo, s/n, 33007 Oviedo.
E-mail: jlfm@orion.ciencias.uniovi.es

*“La modelización es la conjunción del arte con la ciencia.
La conjunción de arte y ciencia es uno de los pilares sobre
los que se asienta la visión humanista del mundo que nos rodea”*

*A la memoria de Ramón Querol, por haber comprendido, y transmitido a su vez,
con baja resistividad, los principios del arte de modelizar.*

RESUMEN

Los métodos sísmico tomográficos forman parte de la categoría matemática de problemas inversos y han sido ampliamente utilizados en exploración minera, caracterización geotécnica de macizos rocosos, ingeniería civil (ensayos no destructivos), así como en exploración y producción de petróleo. Estos métodos proporcionan soluciones que muestran una gran dependencia de los datos observados. Esta propiedad es de gran interés cuando se dispone de datos de campo fiables, ya que permiten inferir las propiedades del medio geológico que es el principal objetivo de estas técnicas. Por otra parte en el caso de datos con ruido esta sensibilidad es un inconveniente pues puede conducir a soluciones espurias, dado que los errores son bastante comunes en tomografía y se transmiten a los parámetros del modelo a través del algoritmo de inversión. Esta circunstancia adquiere aún más importancia si se tiene en cuenta que se trata de problemas mal planteados, es decir, bien no admiten solución, bien existen infinitas soluciones, o bien adolecen de estabilidad, es decir, pequeñas perturbaciones en los datos originan drásticas modificaciones en los parámetros del modelo. Además, los algoritmos de inversión utilizados para resolver este tipo de problemas son una generalización de las técnicas de mínimos cuadrados para sistemas rectangulares singulares, que son muy sensibles a los datos anómalos. Debido a las circunstancias anteriormente mencionadas, queda claro que una inversión a ciegas no es en ningún caso útil, sino que el éxito de la modelización depende en gran parte de la metodología empleada.

En este artículo se analizan en detalle las bases matemáticas que rigen dicho tipo de técnicas, y se propone una nueva metodología para su resolución, tomando como caso de estudio un macizo granítico (Grimsel, Proyecto Febex, Nagra, Suiza). Esta consta de los siguientes pasos: 1) análisis de la calidad de los datos antes del proceso de inversión. Este está basado en el ajuste de las curvas de tiempos medios (CTM), una nueva ley de comportamiento que hemos justificado matemáticamente para el caso de medios zonalmente homogéneos y anisótropos elípticos. La originalidad de este método radica en establecer la coherencia relativa entre diferentes agrupamientos, ofreciendo un rápido análisis de la variabilidad espacial de los datos. Basados en este análisis, mostramos la posibilidad de diseñar filtros y la utilización de dichas curvas como herramienta de interpretación geológica. En el caso de estudio se identifican mediante el análisis CTM los agrupamientos anómalos. Su filtrado reduce el rango de velocidades a intervalos geológicamente razonables, mejorando sensiblemente el error medio cuadrático del ajuste. 2) inferencia de información a priori a partir del ajuste de mínimos cuadrados de las curvas de tiempos medios y su incorporación al algoritmo de inversión. Presentamos dos nuevas variantes del algoritmo SIRT en las cuales introducimos las restricciones aportadas por la información a priori. 3) análisis geoestadístico de las principales variables tomográficas. La idea es la siguiente: dado que los datos son inciertos y que ésta incertidumbre se transmite a través del algoritmo de inversión a los parámetros del modelo, cabe preguntarse si el enfoque adecuado no sería el probabilístico. Una manera de realizarlo es considerar el resultado de resolver el problema inverso como una variable regionalizada y poder entonces engranar todo el formalismo geoestadístico, es decir: análisis estructural, krigeado y simulación condicional. Este análisis permite identificar el rango de velocidades normales del macizo geológico objeto de estudio, detectar las principales direcciones de anisotropía geofísicas (si éste fuese el caso), criticar la validez de las correcciones de anisotropía incorporadas al algoritmo de inversión y finalmente estimar e incluso simular el tomograma en las zonas que han sido consideradas anómalas. Este enfoque es adecuado cuando el tomograma es utilizado como una herramienta de cuantificación y análisis de heterogeneidades y 4) tratamiento de los tomogramas obtenidos mediante la técnica de ondículas, que proporciona un análisis espacio-frecuencial del tomograma considerado como señal. La detección de singularidades de diferente orden a la escala de variabilidad proporcionada por la geoestadística se revela como una herramienta interesante de ayuda a la interpretación de los tomogramas obtenidos.

Palabras clave: análisis geoestadístico, medios graníticos, ondículas, tomografía, Suiza.

A new methodology to resolve problems in transmission tomography

ABSTRACT

Tomography methods belong to the class of non destructive inspection techniques and are widely used in engineering applications. One of the main disadvantages of these methods is their data dependence, since data errors are often present in transmission tomography experiments. These errors are propagated to the model parameters and are responsible of artifacts formation at the inversion. Also, the numerical algorithms used to solve the linearized discrete version of the tomography problem are a generalization of the least-squares methods, which are very sensitive to the presence of outliers. These methods may fail to converge in presence of spurious data. It is also important to remark that tomographic inverse problems belong to the category of ill-posed problems and therefore it is crucial having at disposal an adequate modelling strategy.

In this paper we show an original methodology, taking as case study a granitic medium (Grimsel, Febex Project, Nagra, Switzerland): 1) data quality analysis based on the estimation and fitting of the mean traveltimes curves (MTC analysis), a new theoretical law with a simple analytical expression (in the case of homogeneous and elliptical anisotropic media) for all kind of acquisition geometries. Its originality is based on establishing the relative coherence between the different source and receiver gathers, offering a quick data variability analysis. Also a new interpretation tool to identify errors or anomalies in the data is provided to the geophysicist, with the possibility of designing different kinds of filters. Rejecting the spurious data reduced the velocity interval to geologically reasonable limits improving the inversion RMS error. 2) the least-squares fitting of the mean traveltimes curves allows us to infer a priori information. We present two different SIRT algorithms that use the a priori information deduced from this analysis. 3) geostatistical analysis of the tomographic inverse variables (velocity and traveltimes errors). Their structural analysis seems to be an adequate method to study the geophysical anisotropy of the massif, which is an important source of a-priori information in order to design the anisotropic corrections. The underlying idea is that the geophysical structure is implicit in the spatial structure of the regionalized variables issued from solving the tomographic inverse problem with an isotropic algorithm. Also, the application of the structural analysis technique to the anisotropic corrected velocity field serve us to characterize the reliability of these corrections. The geostatistical formalism provides us with different techniques (parametric and non-parametric) to estimate and even simulate the velocity field in the areas where it has been considered anomalous. This methodology opens the possibility of considering the inverse problem variables as stochastic processes, which is an important feature in the cases where the tomogram is to be used as a tool of assessment to quantify any kind of massif heterogeneity. y 4) wavelet analysis of the tomograms issued from solving the tomographic inverse problem. Singularities detection at the scale of variability provided by the geostatistical analysis seems to be a powerful interpretation tool of the tomograms.

Key words: geostatistical analysis, granitic medium, tomography, wavelet, Switzerland.

El problema tomográfico en transmisión

Las técnicas tomográficas han sido ampliamente utilizadas en exploración de yacimientos metálicos (Dyer 1994, Worthington 1983), estudios geotécnicos e ingeniería civil (Smith 1990), hidrogeología (Hyndman 1996), y en exploración y producción petrolíferas¹ (Bording 1987, Dyer 1988, 1997). Dichos

métodos pertenecen a la categoría matemática de problemas inversos, y suelen estar mal planteados, por lo que la comprensión de las bases matemáticas que los rigen es un punto clave si se desea obtener resultados satisfactorios en su aplicación.

Imaginemos que queremos resolver un problema de inspección no destructiva de un macizo rocoso. Denotaremos mediante $\Omega \subseteq \mathbb{R}^2$ el dominio geológico objeto de estudio y por $\partial\Omega$ su frontera. Suponemos que $\partial\Omega$ es accesible con vistas a realizar un experimento sísmico-tomográfico, es decir, es posible obtener un conjunto de datos observados de tiempo de viaje entre t_1, t_2, \dots, t_m parejas de emisores y receptores situados en $\partial\Omega$. Estos tiempos corresponden a los rayos de Fermat, es decir, las trayectorias de tiempo

¹ En este artículo no se aborda la tomografía en reflexión. La principal diferencia entre ambas técnicas estriba en que la posición de los reflectores es una incógnita adicional de este segundo tipo de problemas y por lo tanto son necesarios algoritmos adicionales de migración. La tomografía en reflexión encuentra un gran ámbito de aplicación en ingeniería del petróleo.

mínimo entre toda pareja de emisión-recepción. El principio de Fermat es por tanto la ley de comportamiento que adoptaremos con objeto de plantear el problema inverso sísmico tomográfico continuo. Este se escribe de la siguiente forma:

- determinar el modelo de lentitudes $s(x)$ del medio geológico de manera que se verifiquen las m ecuaciones integrales.

$$\int_{P_i^*(s)} s(x) dl^{P_i^*} = t_i, \dots, i = 1 \dots m \quad (1)$$

donde x denota el punto de \mathbb{R}^2 de coordenadas (x,y) ,

$$s(x) = \frac{1}{v(x)}$$

es el campo escalar de lentitudes, siendo $v(x)$ el módulo del campo de velocidades en dicho punto y $P_i^*(s)$ es el camino de Fermat correspondiente al rayo i , que además depende de $s(x)^2$.

Dicho problema posee infinitos grados de libertad, i.e., las lentitudes en todos los puntos del macizo rocoso, es claramente no lineal dada la dependencia de los caminos de Fermat con respecto al modelo de lentitudes buscado $s(x)$, y es en general un problema mal planteado en el sentido de la existencia, unicidad y dependencia continua de los datos. Además no existen resultados generales de análisis de existencia y unicidad para el problema anterior dado que se trata de un problema inverso continuo con datos discretos y la teoría más cercana, que es la de las ecuaciones integrales, hace alusión a datos de naturaleza continua.

Cabe entonces preguntarse: ¿qué significa resolver un problema que puede no tener solución?. Para ello es necesario definir un proceso constructivo de la misma, transformando el problema de existencia y unicidad en un problema de análisis de la fiabilidad que nos proporciona la solución adoptada. En aplicaciones geofísicas se procede de modo iterativo en varias etapas:

1. linealización: consiste en independizar los caminos de Fermat del modelo de lentitudes buscado. Para ello supondremos que poseemos un modelo a priori $s(x)$ suficientemente próximo en algún sentido a $s(x)$. La inferencia de $s(x)$ necesita de una pri-

mera estimación "fiable" del campo de lentitudes y hace por tanto uso de toda información a priori de la que se disponga. Este es un punto clave, dado que la linealización posee un carácter local. El problema inverso linealizado continuo, se escribe entonces:

- determinar el modelo de lentitudes $s(x)$ del medio geológico de manera que se verifiquen las m ecuaciones integrales

$$\int_{P_i^*(s)} s(x) dl^{P_i^*} = t_i, \dots, i = 1 \dots m \quad (2)$$

Cabe observar en este caso que los rayos de Fermat han sido calculados para el modelo $s(x)$, es decir, hemos desacoplado el problema directo y el problema inverso. Además al igual que en el caso anterior el problema P_{LC} suele estar mal planteado. Ivansson (1986, 1987) probó que dicho problema admite una única solución en el caso de hipótesis muy restrictivas (medio homogéneo con una cobertura angular completa del dominio $_$). El resultado anterior es válido en el caso de la tomografía de rayos X. El mismo autor también obtuvo un resultado de falta de unicidad de la solución de P_{LC} en el caso de un medio heterogéneo con anisotropía de tipo elíptico, lo que muestra la dificultad que existe en la extrapolación de dichos métodos al caso de medios geológicos. Se trata entonces, como en el caso anterior (problema P_{NLC}), de construir la solución del problema P_{LC} y para ello se transforma éste mediante la técnica de discretización.

2. discretización: dado que el problema P_{LC} posee infinitos grados de libertad, se procede a discretizar el dominio $_$ en n celdas rectangulares en las que el modelo de lentitudes se considera constante (homogéneo), i.e., procedemos a la aproximación del problema lineal anterior. Para ello se adopta como base del espacio discreto de los parámetros del modelo, las funciones $\Psi_j(x)$ de valor unidad y soporte compacto en cada una de las celdas del dominio:

$$\Psi_j(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \ni \text{celda } j \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

Es inmediato comprobar que si escribimos

$$s_h(x) = \sum_{j=1}^n s_j \cdot \Psi_j(x)$$

entonces se verifica:

² El problema directo consiste en obtener los caminos de Fermat conocido el campo de lentitudes $s(x,y)$ del dominio geológico.

$$\int_{p_i^*(s^k)} s_h(\vec{x}) dl^{p_i^*} = \sum_{i=1}^n s_j \int_{celda_j} \Psi_j(\vec{x}) dl^{p_i^*}, i = 1, m$$

Dada la elección de las funciones $\Psi_j(x)$ se tiene:

$$\int_{celda_j} \Psi_j(\vec{x}) dl^{p_i^*} = l_{ij}$$

donde l_{ij} es la longitud atravesada por el rayo i en la celda j , es decir,

El problema tomográfico linealizado discreto se escribe entonces: P_{LD} hallar el modelo de lentitudes $s_h \ni S \ni \mathfrak{R}^m$, que verifica la ecuación matricial

$$M(s^k) \cdot s_h = t \quad (3)$$

donde $T \ni D \ni$ es el vector de datos observados y M es la matriz de rayos calculada para el modelo de lentitudes. Cabe destacar que la matriz $M(m,n)$ es en general desconocida, ya que depende del vector de lentitudes s , por lo que los métodos numéricos se basan en la resolución iterativa del problema directo (que involucra un algoritmo de trazado de rayos) y del problema inverso anterior. Dicho problema no admite en general solución, y aunque ésta existiese y fuese única, suele haber graves problemas de inestabilidad debido al mal condicionamiento de la matriz M . Además suele tratarse de problemas de tipo mixto, es decir, existe un subconjunto de celdas que están sobredeterminadas (pasa más de un rayo por ellas) y otro subconjunto de celdas que están indeterminadas (sin cobertura). En este sentido un punto clave en la modelización es la cobertura angular del macizo, dado que si ésta es completa se evita, de forma notable, la generación de artefactos numéricos.

Dadas las continuas modificaciones que ha sufrido el problema original, cabe preguntarse: ¿en qué medida la solución de P_{LD} representa la solución del problema original P_{NLC} , si ésta existiese y fuese única? Sin embargo este estudio de convergencia, de poder ser realizado, no es lo más importante, sino el comprender que los algoritmos de resolución de la mayoría de los problemas inversos deben de ser guiados restringiendo la clase de modelos que satisfacen en cierto sentido las ecuaciones o leyes de comporta-

miento del problema. Esto se hace con información a priori, proveniente en este caso del conocimiento geológico, de los sondeos, de las diagráfias, y en definitiva de la experiencia que debe guiar a todo modelizador. Baste citar un sencillo ejemplo para comprender lo anterior. El problema de trazar una recta que pasa por un punto, admite infinitas soluciones (el haz de rectas que pasa por dicho punto); sin embargo si aportamos un conocimiento a priori sobre la solución buscada, por ejemplo la ordenada en el origen o el intervalo de variación de dicha ordenada, en el primer caso el problema admite solución única, y en el segundo podemos llegar a restringir considerablemente el rango de los modelos admisibles.

Queda pues claro que una inversión a ciegas sólo origina artefactos numéricos y desconfianza en la técnica de modelización adoptada.

Algoritmos numéricos de resolución del problema tomográfico linealizado discreto

En esta sección aludimos a los algoritmos numéricos de resolución del sistema linealizado discreto $Ms=t$. Estos son variados y provienen bien de la teoría general de optimización, bien de las técnicas de ingeniería biomédica.

Algoritmo de retroproyección (SBP o Simple Back Projection)

En este algoritmo la lentitud s_j de la celda j es la media de las lentitudes medias correspondientes a los rayos que atraviesan dicha celda, es decir,

$$s_j = \frac{1}{N_j} \sum_{i=1}^m \text{sgn}(l_{ij}) \frac{t_i}{L_i}$$

donde L_i es la longitud total del rayo i . Dicho algoritmo proporciona un campo suave que suele ser utilizado para inicializar el algoritmo de inversión.

ART (Algebraic Reconstruction Technique, Gordon 1974, Ivansson 1986)

Se trata de resolver el sistema lineal $M\Delta s = \Delta t = t_{\text{observado}} - t_{\text{calculado}}$, de forma que Δs posea norma mínima, es decir, el vector de actualización de los parámetros del modelo no cambie de forma drástica. Para ello utiliza el método de resolución de sistemas singulares propuesto por Tanabe (1971), también conocido como Método de la Proyecciones.

SIRT (Algebraic Reconstruction Technique, Dines 1979)

El algoritmo SIRT sin restricciones puede escribirse de la siguiente manera:

SIRT) Encontrar $s \in \mathbb{R}^n$ que satisface la ecuación matricial:

$$s^{(k+1)} = s^{(k)} + N^{-1} M_s^T D^{-1} (t - M_s s^{(k)}) \quad (4)$$

donde:

- $s^{(k+1)}$ es el modelo de lentitudes en la iteración $k+1$,
- $s^{(k)}$ es el modelo de lentitudes en la iteración k ,
- N es la matriz diagonal de cobertura de rayos, y

$$N_{kk} = \sum_{i=1}^{i=m} sgn(l_{ik})$$

- D es la matriz diagonal cuyos componentes son

$$D_{kk} = (M_s M_s^T)_{kk} = \sum_{i=1}^{j=m} l_{kj}^2$$

Este algoritmo puede interpretarse a grandes rasgos como un promediado estadístico de las soluciones obtenidas mediante el algoritmo ART. Es importante remarcar que mientras que en el algoritmo ART el vector de los parámetros de los modelos se actualiza al proyectar sobre cada una de las ecuaciones que forman el sistema linealizado discreto (lo cual genera inestabilidades del método si los datos son inconsistentes), en el algoritmo SIRT se calculan todas las proyecciones, se promedian éstas y finalmente se actualiza el vector modelo, con lo cual se gana en estabilidad numérica. Este proceso de promediado es equivalente a realizar una especie de amortiguamiento de la solución. El algoritmo SIRT converge a la solución que minimiza

$$\Psi(s) = (M_s s - t)^T D^{-1} (M_s s - t)$$

y para la cual es mínima

$$(s - s^{(0)})^T N (s - s^{(0)})$$

(Ivansson, 1986). Se puede probar, que es precisa-

mente la elección de las matrices de pesos de los datos (D) y de los parámetros del modelo (N), la que motiva la convergencia del algoritmo (Berryman, 1991).

Mínimos cuadrados regularizados

El algoritmo de mínimos cuadrados regularizados se escribe:

MCR) Encontrar que minimiza el siguiente funcional:

$$\begin{aligned} \Psi(s) &= (M_s s - t)^T L_g^{-1} (M_s s - t) + \varepsilon^2 (s - s^{(0)})^T C_g (s - s^{(0)}) = \\ &= \|M_s s - t\|_D^2 + \varepsilon^2 \|s - s^{(0)}\|_M^2 \end{aligned} \quad (5)$$

donde es $s^{(0)}$ el modelo de lentitudes a priori, ε^2 es el parámetro de regularización y L_g^{-1} y C_g son las matrices de pesos de los datos y de los parámetros del modelo (se trata de matrices definidas positivas). Este algoritmo minimiza una combinación lineal del error de predicción (medido en la métrica del espacio de datos) y de la norma del desajuste

$$\|s - s^{(0)}\|_M^2$$

(medido en la métrica del espacio de los modelos) con respecto al modelo especificado a priori. Dicho algoritmo converge a una única solución, dependiendo de la elección adecuada de las matrices de pesos L_g^{-1} y C_g y del valor del parámetro de regularización ε^2 (Berryman, 1991).

Efecto de los errores en los datos en los algoritmos numéricos

La presencia de errores en los tiempos observados es una circunstancia muy común en los experimentos tomográficos. Las principales causas de error en tomografía son las siguientes:

1. una selección errónea de las primeras llegadas, debido principalmente a atenuaciones de la señal en el medio geológico, a la presencia de ruidos y a la existencia de accidentes geológicos (fallas, etc).
2. un pobre conocimiento de las posiciones de emisión-recepción, la presencia de errores sistemáticos en el registro de las ondas (Dyer 1988a), etc.

El efecto de los errores en los datos en el algoritmo de resolución del problema tomográfico es doble:

1. primeramente ajustar un modelo a un conjunto erróneo de datos, lo que genera una solución no

física (vector de lentitud) del problema inverso, 2. en segundo lugar, y dado que el proceso de resolución es iterativo, al ajustar un modelo de lentitudes erróneo, se origina una mala elección de los caminos de Fermat al resolver el problema directo, y así sucesivamente, lo que origina que falle la convergencia del método numérico utilizado. Esta situación incluye el caso en que el algoritmo numérico converge a una solución espuria. La misma idea fue propuesta por Jackson (1979), que puntualiza que los errores en los datos pueden reducir notablemente el número de grados de libertad del sistema linealizado discreto.

La mayor parte de la investigación en el pasado ha sido dedicada a la construcción de algoritmos "eficientes"³, para la resolución del problema linealizado discreto. En particular se ha estudiado el papel que posee la curvatura de los rayos en la resolución del problema inverso. Cabe destacar que en los inicios de la aplicación de éste tipo de técnicas en el terreno de la ingeniería geológica (años 60) se trabajaba en el contexto de la tomografía lineal, es decir, rayos rectilíneos entre emisor y receptor, tal vez debido a la influencia de las técnicas biomédicas. Sin embargo, y aunque los algoritmos matemáticos analizados son diferentes desde el punto de vista matemático, desde el punto de vista informático poseen todos un nexo de unión, dado que como tratamiento de la información están sujetos a una de las leyes más importantes de la informática: "Basura entra, Basura sale" (Trash in-Trash out)". Es decir, si la información es incorrecta y está viciada de errores, de nada sirve la fiabilidad del algoritmo numérico utilizado. No obstante y pese a su importancia, contados han sido los intentos de poseer una metodología de análisis y detección de los errores en los datos. Entre los contados artículos sobre este tema, destaca el trabajo de Dyer y Worthington (1988b) quienes identificaron y analizaron los errores debidos a la curvatura de los rayos y al mal posicionamiento del dispositivo de adquisición vía descomposición en valores singulares de la matriz M.

El análisis de los errores en los datos es aún más crucial si se tiene en cuenta que los algoritmos ART y SIRT no convergen o convergen a soluciones erróneas en presencia de inconsistencias ϵ^2 (Berryman 1991, Dines 1979, Gordon 1974, Ivansson 1985, 1986), y que el método de mínimos cuadrados regularizados converge con una elección adecuada de las matrices de peso y del parámetro de regularización (Berryman,

1991). Sin embargo ésta última circunstancia no suele tenerse en cuenta en la práctica, es más según aumenta el valor de ϵ^2 , el efecto de los errores se reduce, pero el campo de lentitudes también se modifica notablemente. De hecho algunos autores recomiendan un criterio de tipo estadístico para la elección de dicho parámetro (Constable, 1987).

Recientemente se ha comenzado a estudiar la aplicación de las técnicas de tomografía a macizos anisótropos (Pratt y Chapman, 1992). En este terreno, el efecto de los errores en los datos es también muy importante. Pratt y Chapman (1992) puntualizan que los errores en experimentos tomográficos suelen estar dominados por errores de captura de las primeras señales y que siguen una distribución no Gaussiana, lo que restringe en parte la validez de las técnicas de mínimos cuadrados. Normalmente suelen ser utilizados en este contexto algoritmos de mínimos cuadrados con regularización y que penalizan la rugosidad⁴ del modelo. En este tipo de algoritmos la anisotropía suele ser una incógnita adicional del problema. Pratt y Chapman (1992), analizaron el efecto de los errores en los datos en el algoritmo de inversión de mínimos cuadrados regularizados y proponen finalmente la eliminación de éstos del proceso de inversión, dado que provocan ratios de anisotropía anómalos y la pérdida de robustez del algoritmo de inversión utilizado.

Lo expuesto anteriormente indica la importancia de poseer una metodología que permita:

1. detectar y filtrar los datos erróneos antes de realizar el proceso de inversión,
2. poder inferir información a priori, para acotar el rango de los modelos plausibles y dar respuesta al proceso constructivo de la solución del problema original, así como de los problemas aproximados posteriormente planteados,
3. poder enfocar el proceso de inversión de modo probabilístico, dado que los datos poseen una incertidumbre que se traslada a los parámetros del modelo mediante el algoritmo de inversión.

Importancia de la información a priori

La principal diferencia entre la tomografía de rayos X y la tomografía sísmica es la no linealidad inducida por la dependencia entre los rayos de Fermat y el modelo de lentitudes del medio geológico. Esto a su vez genera que el problema tomográfico esté en general mal planteado. La importancia de la informa-

³ La eficiencia debe de ser juzgada a nuestro entender no por la rapidez de los cálculos, sino por la fiabilidad de los mismos.

⁴ La rugosidad se mide por la variación de las primeras derivadas.

ción a priori en la búsqueda de unicidad de los problemas inversos ha sido tratada entre otros por Jackson (1979) y por Tarantola y Valette (1982 a y b).

Existen varias clases de información a priori en tomografía sísmica en transmisión:

1. modelo de velocidad a priori incluyendo un rango de variación de las mismas,
2. isotropía o anisotropía del medio geológico,
3. información geológica cualitativa y geofísica, por ejemplo sobre el campo regional de tensiones, la presencia de fallas o intrusiones, etc.

Dicha información puede ser clasificada en "dura" o "blanda", dependiendo del grado de fiabilidad que posee y del modo en que ésta restringe o modifica el tomograma resultante de resolver el problema inverso linealizado discreto. La información a priori es muy importante tanto en el problema directo como en el problema inverso:

1. en el primer caso, una buena información a priori (restringiendo por ejemplo el campo de rectangular velocidades) puede evitar una deducción errónea de los caminos de Fermat. Este punto posee incluso mayor importancia si se tiene en cuenta la importancia que poseen los errores en los datos en la estabilidad del algoritmo de inversión.
2. al resolver el problema linealizado discreto, el papel de la información a priori es básico, para obtener unicidad y guiar al algoritmo al tipo de solución deseada.

Los algoritmos numéricos y la información a priori

En general la mayor parte de los algoritmos empleados convergen a la solución más "sencilla" con respecto al modelo inicial $s^{(0)}$, y esto da una idea de la importancia de la información a priori. Este tipo de información se suele denominar en los algoritmos bajo el apelativo de "modelo inicial". La información a priori está a veces implícita en el algoritmo de inversión (ART, SIRT) y en otras ocasiones aparece de modo explícito (mínimos cuadrados regularizados). Analizaremos un poco más en detalle este punto. El algoritmo ART puede ser interpretado como un algoritmo que resuelve un problema de norma mínima, dado que cuando converge lo hace a la solución que minimiza la distancia euclídea con respecto al modelo inicial $s^{(0)}$:

$$\|\hat{s} - s^{(0)}\|_{L^2(\Omega)} = \min_{s \in S_n} \|s - s^{(0)}\|_{L^2(\Omega)} \quad (6)$$

donde S_n es el conjunto de modelos admisibles

(Berryman 1991, Dines 1979, Ivansson 1986). Es por lo tanto un algoritmo de mínimos cuadrados. Cabe destacar el análisis realizado por Gordon (1974) sobre las diferentes tipologías del algoritmo ART. En este artículo se resaltan los beneficios de utilizar información a priori adecuada. Parecidas circunstancias concurren para el algoritmo SIRT (Ivansson 1985, 1986). Sin embargo a veces se ignoran estos resultados y niegan haber utilizado ningún tipo de información a priori. Esto no es así dado que siempre se parte de un modelo inicial $s^{(0)}$, que suele ser inferido mediante el algoritmo de retroproyección (SBP) y que suele poseer artefactos numéricos debido a la presencia de errores en los datos. En cuanto al método de mínimos cuadrados regularizados la información a priori aparece explícita en el algoritmo de inversión. Berryman (1991) demostró que dicho algoritmo nunca soluciona el problema inverso discreto si $s^{(0)}$ no es solución del mismo. También es importante señalar que cuando se utiliza el método de mínimos cuadrados regularizados y se penaliza la regularidad de la solución, se está introduciendo una información a priori sobre el modelo buscado. Esta decisión de modelización es importante pues por ejemplo en el caso de una intrusión o un dique en una roca encajante, el modelo de velocidades que se espera no tiene porque ser suave, es decir, se deben buscar incluso soluciones "abruptas".

Las curvas de tiempo medio (CTM): detección de errores e inferencia de modelos a priori

Para ilustrar la metodología de detección de errores y de inferencia de información a priori, razonaremos en el caso más sencillo: un tiro frontal en un dispositivo de adquisición rectangular. Este es el caso de la tomografía entre sondeos. Estos resultados se generalizan al caso de geometrías irregulares de adquisición (ver apéndice A).

Asumimos que el dominio rectangular Ω es homogéneo y que en su frontera $\partial\Omega$ existe una línea continua de emisores y receptores. En este caso se comprueba fácilmente que los rayos de Fermat siguen trayectorias rectilíneas entre emisor y receptor. Por consideraciones geométricas sencillas se deduce que el tiempo relativo a un agrupamiento en fuente o en receptor común sigue la ley de la indicatriz:

$$t^2(x) = t_0^2 + \frac{x^2}{V^2} \quad (7)$$

donde t_0 es el tiempo mínimo de tránsito entre la

fuente considerada y la línea de receptores (o el receptor y la línea de emisores, si se considera un agrupamiento en receptor común), y corresponde al receptor (o emisor) situado en la perpendicular a la fuente considerada; x es la distancia entre los emisores f_0 y f_x (o los receptores r_0 y r_x) y V es la velocidad del medio geológico (Figura 1).

Considerando esta relación como una función continua de x es posible definir el tiempo medio y la varianza correspondiente a un agrupamiento específico en fuente o en receptor común:

$$\bar{t} = \frac{1}{x_n - x_0} \int_{x_0}^{x_n} t(\xi) d\xi \quad (8)$$

$$sd^2 = \frac{1}{x_n - x_0} \int_{x_0}^{x_n} (t(\xi) - \bar{t})^2 d\xi$$

donde ξ representa la variable de integración que varía a lo largo de la línea de receptores (si se considera un agrupamiento en fuente común), x_0 es la coordenada del principio de la línea de receptores, x_n el final de la misma y $t(\xi)$ es la ley anterior.

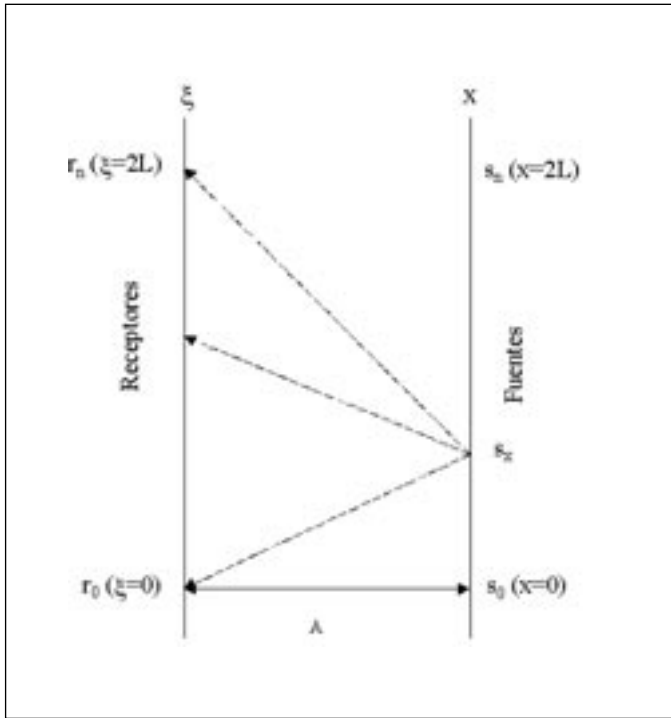


Fig. 1. Dispositivo de adquisición: variables involucradas y concepto de agrupamiento en fuente común a distancia x
 Fig. 1. Recording geometry variables involved in a source gather

En el caso de geometría rectangular, es constante para todos los agrupamientos, y se verifica:

$$\bar{t} = \frac{1}{x_n - x_0} \int_{x_0}^{x_n} \sqrt{t_0^2 + \frac{\xi^2}{V^2}} d\xi \quad (9)$$

$$sd^2 = \frac{1}{x_n - x_0} \int_{x_0}^{x_n} \left(\sqrt{t_0^2 + \frac{\xi^2}{V^2}} - \bar{t} \right)^2 d\xi \quad (10)$$

Además teniendo en cuenta que,

$$\int \sqrt{\xi_0^2 + \xi^2} d\xi = \frac{1}{2} \left(\xi \sqrt{\xi_0^2 + \xi^2} + \xi_0^2 \operatorname{argsh} \frac{\xi}{\xi_0} \right) \quad (11)$$

se llega a que el tiempo medio \bar{t}_x y la varianza sd_x^2 para un agrupamiento situado a distancia x del origen (Figura 1) vienen dados por:

$$\bar{t}_x = \frac{1}{2L} \int_{-x}^{2L-x} \sqrt{t_0^2 + \frac{\xi^2}{V^2}} d\xi$$

$$= \frac{1}{4L} \left[\xi \sqrt{t_0^2 + \frac{\xi^2}{V^2}} + t_0^2 V \operatorname{argsh} \frac{\xi}{t_0 V} \right]_{-x}^{2L-x} \quad (12)$$

donde $t_0 V = A$ dimensión transversal del dominio.

Las conclusiones de este análisis son varias:

- en el caso de un dispositivo rectangular y un medio homogéneo, las curvas de tiempos medios y desviaciones típicas son funciones continuas, que poseen un mínimo en el punto medio de la línea de fuentes (o de receptores si se considera un agrupamiento en receptor común) y son simétricas con respecto al eje de tiempos (Figura 2),
- independientemente de la geometría del dispositivo (Apéndice A) dichas curvas son proporcionales al tiempo mínimo de tránsito t_0 (en el caso de un medio zonalmente homogéneo), lo que permitirá como veremos posteriormente un ajuste de mínimos cuadrados de las mismas,
- estos resultados se generalizan a medios con anisotropías de tipo elíptico (Apéndice A). Es importante hacer notar que en este caso, como en el de geometrías irregulares, las curvas de tiempos medios pierden su simetría.

Estas conclusiones son importantes, para entender la forma de las curvas que surgen en aplicaciones prácticas, dado que éstas pueden ser inferidas mediante las funciones discretas:

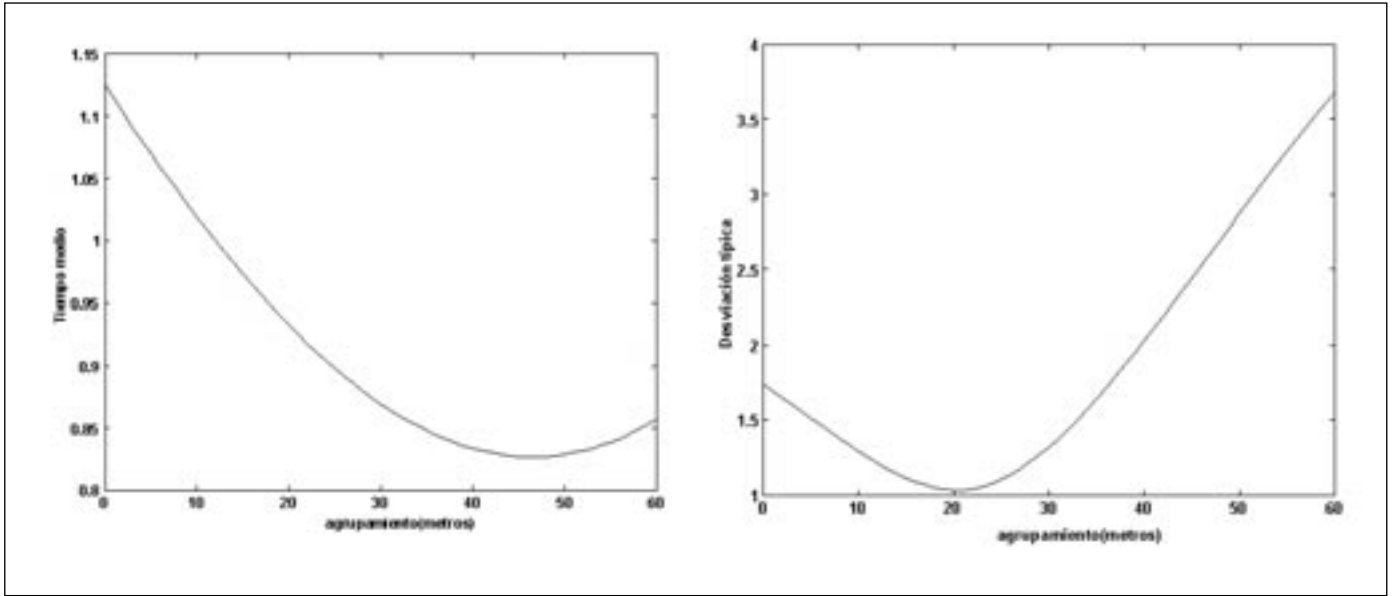


Fig. 2. Medio homogéneo: gráfica de las curvas de tiempos medios (tiempo medio y desviación típica) para un dispositivo rectangular. Obsérvese la simetría de ambas curvas
 Fig. 2. Mean traveltimes curves in a homogeneous medium for a rectangular acquisition geometry. One can be seen the symmetry of both curves (mean time and standard deviation)

$$\begin{aligned}
 sd_x^2 &= \frac{1}{2L} \int_{-x}^{2L-x} \left(t_0^2 + \bar{t}_{fx}^2 + \frac{\xi^2}{V^2} - 2\bar{t}_{fx}t(\xi) \right) d\xi = \\
 &= t_0^2 + \bar{t}_{fx}^2 + \frac{1}{2L} \left[\frac{\xi^3}{3V^2} \right]_{-x}^{2L-x} - 2\bar{t}_{fx}^2 \quad (13)
 \end{aligned}$$

donde NR es el número de receptores relativo a la fuente f . Si el número de datos es elevado, éstos son unos buenos estimadores estadísticos de los valores medios integrales. En el caso de un agrupamiento en receptor común las fórmulas utilizadas son similares a las anteriores.

Como veremos posteriormente, la metodología aquí presentada, consiste en estimar las curvas de tiempos medios teóricas, dividiendo el macizo en zonas "bastante" homogéneas e isotrópicas. Dichas zonas pueden ser deducidas de información geológica a priori, o del análisis de dichas curvas, indicadas por la presencia de rupturas de pendiente sistemáticas. Por lo tanto, dicha metodología no es sólo válida para macizos homogéneos e isotrópicos a la escala del experimento tomográfico (análisis CTM unizona), sino también para medios consistentes en la superposición de diferentes capas homogéneas (análisis CTM zonal). Para realizar dicho análisis, calculamos el modelo isotrópico que mejor ajusta las curvas de tiempos medios experimentales (tendencia general) y un ancho de banda dentro del cual caen la mayor parte de los puntos de las curvas experimentales. La determinación de las curvas que determinan el ancho de

banda, usa las mismas fórmulas que determinan la tendencia general, dado que las curvas de tiempos medios son proporcionales a la velocidad homogénea V en cada zona. Esta metodología nos permite examinar la variabilidad de los datos tomográficos tanto en el dominio de fuentes como en el de receptores.

En resumen, la metodología que en este artículo se propone es la siguiente:

1. estimar las curvas de tiempos medios utilizando las fórmulas anteriores. Dicha estimación puede ser realizada dividiendo el macizo en zonas consideradas homogéneas, que pueden ser deducidas bien de información geológica a priori (sondeos, diagráfias, etc...) o mediante el análisis de las curvas de tiempos medios calculadas para todo el macizo.
2. extraer de dichas curvas una información geológica antes del proceso de inversión.
3. identificar los receptores o fuentes anómalos y proceder a su análisis y posterior filtrado.
4. proceder a un ajuste de mínimos cuadrados de dichas curvas por zonas o por capas homogéneas proporcionando el mejor modelo a priori que ajuste los tiempos observados, así como un ancho de variabilidad del modelo inferido.
5. incorporar dicha información a los algoritmos de inversión. Para ello proponemos dos modificaciones del algoritmo SIRT en el cual se introducen las restricciones aportadas por la información a priori.

Inestabilidades de las curvas experimentales de tiempos medios

Es importante remarcar que oscilaciones no anómalas de las curvas de tiempo medio experimentales, pueden ser debidas a:

1. una falta sistemática de datos experimentales, lo cual provoca una estimación errónea de los correspondientes estimadores discretos,
2. a variaciones en la topografía del dispositivo de adquisición.

Para tratar la falta de datos experimentales, hemos adoptado dos soluciones diferentes:

1. calcular las curvas teóricas en cada agrupamiento teniendo sólo en cuenta las parejas de emisores y receptores en las que existe dato experimental. En este caso, las curvas teóricas no serán suaves. Un agrupamiento específico será considerado anómalo sólo si las curvas teóricas calculadas de esta manera, no reproducen las tendencias observadas en las curvas experimentales.
2. interpolar los huecos utilizando los datos experimentales de los agrupamientos en fuente y en receptor común vecinos. Las curvas experimentales serán calculadas utilizando un conjunto de datos interpolados. En este caso, ambas curvas, las experimentales y las teóricas serán suaves. Un agrupamiento específico no será considerado anómalo, si el tiempo medio teórico reproduce el experimental.

Finalmente, variaciones en la topografía del dispositivo de adquisición provocan oscilaciones en las curvas de tiempos medios experimentales. Para paliar este efecto no deseado, las curvas teóricas usan las coordenadas reales de emisión-recepción.

Algoritmos de ajuste de las curvas de tiempos medios e inferencia de información a priori

Las curvas de tiempos medios pueden utilizarse para inferir información a priori. Dicho tipo de información suele extraerse de sondeos y diagráfias de tipo "sonic", pero el inconveniente de esta práctica radica en que:

- la validez de estos datos se restringe al entorno del sondeo,
- esta información proviene de una fuente ajena al problema tomográfico.

La técnica que aquí se propone está basada en ajustar las curvas de tiempos medios en zonas consideradas como homogéneas y así inferir el "mejor" modelo zonalmente homogéneo que ajusta los datos de tiempos observados. Hemos visto que las curvas

de tiempos medios en el caso de un macizo homogéneo e isótropo siguen una ley de tipo hiperbólico, independientemente de la geometría del dispositivo de adquisición considerado. En todos los casos podemos escribir:

$$\bar{t}(x) = \varphi_1(x)t_0 \tag{14}$$

$$sd(x) = \varphi_2(x)t_0 \tag{15}$$

donde

$$\varphi_1(x) = \frac{A_x}{2L_r A_0} \left[\varepsilon \sqrt{1 + \left(\frac{\xi}{A_x}\right)^2} + A_x \operatorname{arg\,sh} \frac{\xi}{A_x} \right]^{L_r - s_x} \tag{16}$$

y

$$\varphi_2(x) = \sqrt{\left(\frac{A_x}{A_0}\right)^2 - \left(\frac{\bar{t}_{fx}}{t_0}\right)^2 + \frac{(L_r - s_x)^3 + s_x^3}{3L_r A_0^2}} \tag{17}$$

Ambas curvas son proporcionales al tiempo mínimo de tránsito, y por lo tanto ajustando éste mediante la técnica de mínimos cuadrados, es posible obtener a partir de los datos observados el mejor modelo homogéneo por zonas.

Consideremos un agrupamiento en fuente común f_i , y sean $t_f(x)$ y $sd(x)$, las curvas de tiempos medios experimentales para los agrupamientos situados a distancias x_1, x_2, \dots, x_q :

$$\bar{t}_f(x_i) = \frac{\sum_{j=1}^{NR_i} t_{f_j r_j}}{NR_i} \quad sd(x_i) = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{NR_i} (t_{f_j r_j} - \bar{t}_{f_i})^2}{NR_i - 1}} \tag{18}$$

donde NR_i es el número total de receptores asociados con cada fuente f_i considerada. El problema de determinación de t_0 es sobredeterminado dado que deben verificarse q condiciones:

$$\begin{aligned} \bar{t}_f(x_1) &= \varphi_1(x_1)t_0 \\ \bar{t}_f(x_2) &= \varphi_1(x_2)t_0 \\ \vdots \\ \bar{t}_f(x_q) &= \varphi_1(x_q)t_0 \end{aligned} \tag{19}$$

es decir matricialmente:

$$\begin{pmatrix} \varphi_1(x_1) \\ \varphi_1(x_2) \\ \vdots \\ \varphi_q(x_n) \end{pmatrix} (t_0) = \begin{pmatrix} \bar{t}_f(x_1) \\ \bar{t}_f(x_2) \\ \vdots \\ \bar{t}_f(x_n) \end{pmatrix} \quad (20)$$

o

$$\varphi \cdot t_0 = t \quad (21)$$

La solución de mínimos cuadrados del sistema anterior se escribe:

$$\varphi^T \cdot \varphi \cdot t_0 = \varphi^T t \quad (22)$$

y dado que se trata del caso escalar, es decir entonces la ecuación anterior se simplifica del siguiente modo:

$$t_0 = \frac{\sum_{i=1}^n \varphi_i \bar{t}_f(x_i)}{\sum_{i=1}^n \varphi_i^2} \quad (23)$$

Hallado t_0 y considerando que,

$$v = \frac{A}{t_0}$$

donde A es la distancia transversal mínima del dominio, es posible calcular el mejor modelo zonalmente homogéneo del medio en el sentido de los mínimos cuadrados. Este ajuste puede ser realizado con ambas curvas de tiempos medios, tanto para agrupamientos en fuente como en receptor común. Asimismo pueden ser utilizados dos tipos de algoritmos: el ajuste por zonas y el ajuste por capas. El ajuste por zona, consiste en dividir la línea de emisores (si el agrupamiento es en fuente común) en diferentes zonas, estimando las CTM considerando todos los receptores para cada agrupamiento. Este algoritmo es adecuado para medios no sedimentarios donde las curvas de tiempos medios muestran rupturas de pendiente. El ajuste por capas divide tanto la línea de emisores como la de receptores en diferentes segmentos, definiendo en el medio diferentes capas homogéneas. Las CTM sólo son estimadas utilizando los agrupamientos incluidos en dichas capas. La filosofía de ambos algoritmos es básicamente la misma: la diferencia entre ambos algoritmos radica en que en

el primero se considera la longitud total de la línea de fuentes o receptores (según el tipo de agrupamiento considerado).

A modo de ejemplo la figura 3 muestra el ajuste mediante un modelo de 4 capas de un medio sedimentario, establecido a partir de la información proporcionada por los sondeos. Las tres primeras corresponden a un medio detrítico (arenas, limos y arcillas) y poseen una velocidad similar (1.90 km/s), mientras que la última corresponde a un medio carbonatado (5.55 km/s). Cabe observar que el análisis CTM detecta perfectamente el cambio de litología.

Interpretación geológica de las curvas de tiempos medios

Las curvas de tiempos medios pueden ser utilizadas como una herramienta de interpretación geológica en un proceso previo a la inversión. Esta circunstancia es muy importante dado que es crucial conocer los diferentes órdenes de variabilidad de los datos, pues dada la tipología de los problemas analizados una "inversión a ciegas" siempre genera artefactos numéricos. De las curvas de tiempos medios es posible extraer las siguientes características geológicas:

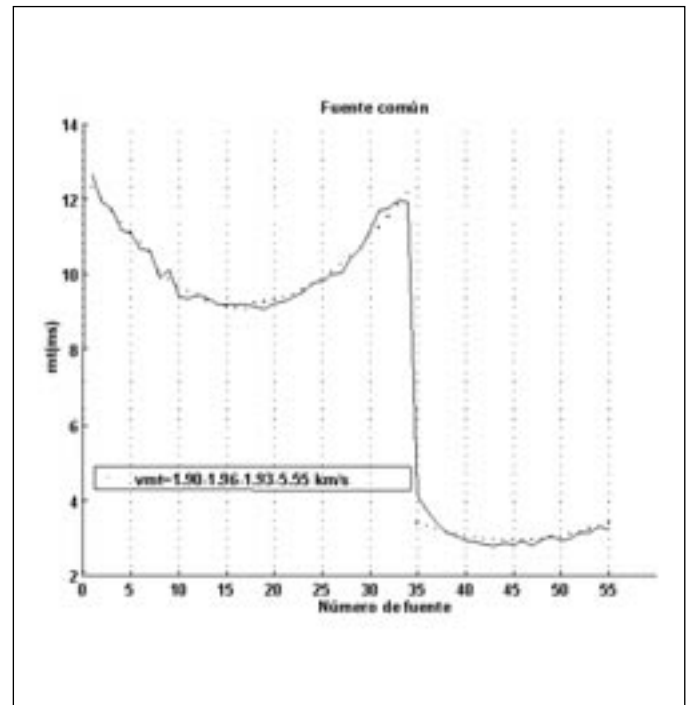


Fig. 3. Análisis CMT de un medio sedimentario mediante un modelo de 4 capas deducido de información
 Fig. 3. MTC analysis performed in a sedimentary medium using a 4 bed model, deduced from a priori information (boreholes)

1. frecuentemente los datos anómalos (o erróneos)⁵ y la geología suelen correlarse perfectamente. Así por ejemplo algunos agrupamientos pueden resultar anómalos porque la dirección media del disparo coincide con direcciones tectónicas regionales (fracturas), provocando dispersión y atenuación de las primeras llegadas que suelen ser de menor amplitud que las posteriores, lo que motiva una mala selección de los tiempos de viaje. Esa circunstancia explica también porqué en direcciones coincidentes con las de fracturación de un macizo rocoso se reduce notablemente el número de primeras llegadas.
2. curvas con variabilidades a pequeña escala (dientes de sierra) suelen señalar medios donde existen variabilidades geológicas de pequeña longitud de onda. Asimismo, curvas muy suaves indicarían medios más homogéneos, isótropos o anisótropos.
3. rupturas de pendiente señalan cambios de litología, con lo que el análisis de las curvas de tiempos medios debe de ser realizado zonalmente.
4. finalmente la simetría (o asimetría) de las curvas de tiempos medios en el caso de dispositivos de adquisición rectangulares proporciona una medida de la isotropía y/o anisotropía del medio geológico objeto de estudio.

Diseño de filtros de datos anómalos

Basados en la información que nos proporciona el ajuste óptimo de las curvas de tiempos medios (CTM) y en la información del rango de variación, es posible detectar los agrupamientos anómalos y diseñar filtros adecuados. El más sencillo es el filtrado por anulación que consiste en ignorar los agrupamientos considerados anómalos. Este tipo de filtro se utiliza cuando la fuente de error no es bien conocida.

Otra posibilidad es el filtrado homogéneo. Supongamos por ejemplo que el agrupamiento en fuente común f_x es anómalo, y que Δt_x es el desfase existente con respecto a la tendencia prefijada por el ajuste de mínimos cuadrados de las curvas de tiempos medios (Figura 4). Si el agrupamiento en fuente común contiene receptores y deseamos filtrar posiciones, entonces la corrección en tiempo para cada uno de ellos es:

$$\frac{1}{N_r} \sum_{i=1}^{N_r} (t_{f_x r_i} - t_{f_x r_i}^f) = \Delta \bar{t}_x \quad (24)$$

donde $t_{f_x r_i}$ corresponde al tiempo original entre la fuente f_x y el receptor r_i y $t_{f_x r_i}^f$ representa el mismo tiempo filtrado. En el caso en que los N_{rf} receptores se corrigen igual cantidad, entonces se tiene:

$$(t_{f_x r_i} - t_{f_x r_i}^f) = \frac{N_r}{N_{rf}} \Delta \bar{t}_x, i = N_{rf} \quad (25)$$

Un caso particular importante ocurre cuando los N_{rf} receptores se filtran, es decir, ha ocurrido un error sistemático en el disparo f_x . En este caso el filtrado homogéneo es equivalente a corregir Δt_x en todas las posiciones de recepción.

La distinción entre anomalía y error es una decisión de modelización, es decir, no se puede discernir a priori si el proceso de filtrado ha descartado información importante. No obstante, existen conductas claramente anómalas como por ejemplo oscilaciones bruscas en tiempo para posiciones consecutivas de emisión-recepción. Al fin y al cabo esta cuestión se podría zanjar definitivamente afirmando que "el arte de modelizar" incluye muchas más facetas que la elección adecuada de un modelo o de un algoritmo numérico.

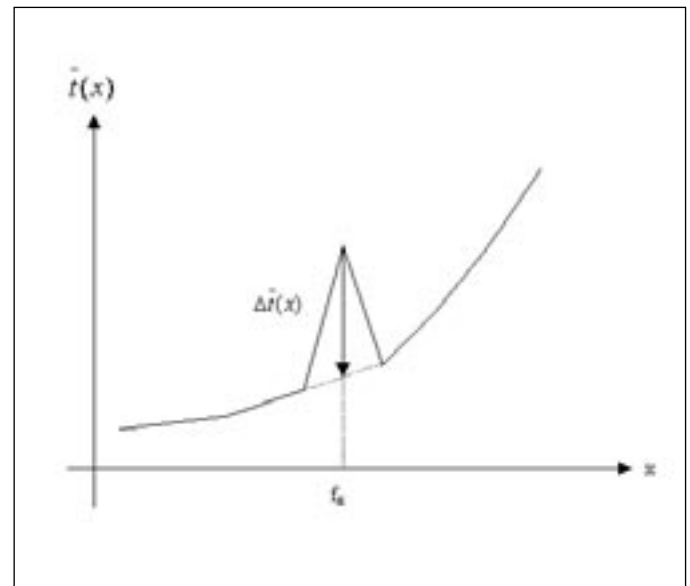


Fig. 4. Algoritmo de filtrado homogéneo con respecto a la curva de tendencia proporsionada por el ajuste de mínimos cuadrados de las curvas de tiempos medios

Fig. 4. Homogeneous filtering algorithm. The general trend is deduced from a least-squares fitting of the experimental mean travelti-me curves

⁵ La diferencia entre anomalía y error es muy sutil. Sin embargo desde el punto de vista de los modelos toda anomalía que no sea modelizable mediante el proceso de conceptualización se suma a los errores del mismo.

Introducción de la información a priori en los algoritmos de inversión

El ajuste de las CTM proporciona los siguientes tipos de información a priori:

1. un buen modelo homogéneo por capas o zonas, $s^{(0)}$
2. un conjunto convexo de restricciones

$$S_r = \bigcap_{p=1}^{p=N_b} S_r^p$$

Es obvio que el modelo inicial $s^{(0)} \in S_r$,

3. la posibilidad de construir la matriz de pesos de datos L_g^i , a partir de la distancia entre los diferentes agrupamientos y la curva de ajuste óptimo. Para ello todos los tiempos de viaje que pertenecen a un mismo agrupamiento son afectados por el mismo peso.

Dicha información a priori puede ser incorporada a los algoritmos de inversión del problema tomográfico en transmisión. Esta idea nos ha llevado a proponer dos nuevos algoritmos que son una modificación del algoritmo SIRT sin restricciones:

SIRT con pesos y restricciones (WCSIRT)

Encontrar

$$s \in M(n,1) \subset S_r = \bigcap_{p=1}^{p=N_b} S_r^p$$

que satisface la ecuación matricial:

$$s^{(k+1)} = s^{(k)} + C_g^{-1} M_s^T L_g^{-1} (t - M_s s^{(k)}) \quad (26)$$

donde

- $S_r^p = \{s \in S_h \subset \mathcal{R}^n : S_{min}^p \leq s \leq S_{max}^p\}$, es el conjunto convexo de restricciones,
- N_b , es el número de capas,
- S_{min}^p y S_{max}^p son los vectores de lentitudes homogéneos mínimo y máximo deducidos del ajuste de las CTM y por \leq denotamos la siguiente relación de orden parcial en \mathcal{R}^n :

$$x, y \in \mathcal{R}^n, x \leq y \Leftrightarrow x_i \leq y_i, i = 1, \dots, n$$

y finalmente,

- L_g y C_g son matrices de pesos adecuadas que garantizan la convergencia del algoritmo (Ivansson 1986).

Dicho algoritmo converge a una única solución de mínimos cuadrados del sistema linealizado discreto para la cual la distancia al conjunto de restricciones es mínima.

SIRT amortiguado con pesos y restricciones (DWCSIRT)

Otra posibilidad para introducir la información a priori es el algoritmo SIRT amortiguado con pesos y restricciones (DWCSIRT), que es una modificación del propuesto por Ivansson (1985). La principal diferencia con respecto al algoritmo anterior es la introducción de un parámetro de amortiguamiento de la solución.

Encontrar

$$s \in M(n,1) \subset S_r = \bigcap_{p=1}^{p=N_b} S_r^p$$

que satisface la ecuación matricial:

$$s^{(k+1)} = s^{(k)} + \gamma C_g^{-1} M_s^T L_g^{-1} (t - M_s s^{(k)}) \gamma > 0$$

Con una elección adecuada de las matrices de pesos y del parámetro de amortiguamiento γ , el algoritmo anterior converge a la solución de mínimos cuadrados cuya distancia al conjunto convexo de restricciones $s^{(0)}$ es mínima. La principal diferencia entre los algoritmos propuestos y la versión sin restricciones del algoritmo SIRT estriba en que al final de la secuencia iterativa de ambos algoritmos, se realiza una proyección sobre el conjunto de restricciones S_r (la convexidad de este conjunto es importante para asegurar la unicidad de la proyección). En el algoritmo SIRT sin restricciones ésta proyección no existe y éste sólo minimiza la distancia con respecto al modelo inicial, de ahí su importancia. Esta es la principal diferencia que introduce una buena información a priori.

Análisis geoestadístico de las variables tomográficas

En esta sección realizaremos un breve comentario sobre la metodología geoestadística y los beneficios que ésta aporta a la resolución del problema sísmico tomográfico. Las bases teóricas necesarias para la

comprensión de este tipo de análisis pueden ser consultadas en (Deustch y Journel 1992, Pannatier 1996).

Existe una gran tradición de problemas inversos ligados a modelos deterministas. Sin embargo la presencia de inconsistencias en los datos, por otra parte muy comunes en los experimentos tomográficos, genera la aparición de artefactos numéricos en los parámetros del modelo. Este hecho puede ser interpretado como una aleatoriedad que es introducida en el campo de lentitudes. El estado del arte propone diferentes maneras de resolver este problema: la vertiente determinista y la probabilista. En la vertiente determinista cabe destacar los siguientes métodos: filtrado de la matriz de rayos mediante la descomposición en valores singulares, amortiguamiento y regularización o incluso minimización en otros tipos de normas menos susceptibles a los valores anómalos. En este artículo también se propone el filtrado de los datos anómalos mediante la utilización de las curvas de tiempos medios. Desde el punto de vista probabilístico destaca el enfoque propuesto por Tarantola y Valette (1982). Estos autores demuestran que este enfoque es consistente, permite la consideración de la incertidumbre que pesa sobre los datos como sobre las leyes teóricas adoptadas y otorga un papel fundamental a la información a priori. Otra posibilidad es la que aquí desarrollamos, es decir, realizar un enfoque geoestadístico de las principales variables regionalizadas del problema tomográfico linealizado discreto, principalmente la velocidad o la lentitud.

Como veremos posteriormente al mostrar el caso de estudio, los principales beneficios y conclusiones que se obtienen de dicho análisis son los siguientes:

1. el análisis estadístico del vector de lentitudes, en particular el test gráfico de normalidad, sirve para detectar el rango normal de velocidades. Esta información es importante pues podría utilizarse como un tipo de información a priori⁶
2. el análisis estructural proporciona ciertas características geológicas del tomograma. En particular el variograma de superficie sirve para juzgar si las correcciones de anisotropía han sido realizadas correctamente, en cuyo caso la superficie del variograma corresponde a un círculo, es decir, es representativo de una variable isótropa.
3. el krigeado ordinario y el krigeado de variables indicadoras, utilizando el modelo espacial deducido en la fase de análisis estructural son métodos adecuados para estimar el campo de velocidades y la incertidumbre asociada al mismo en las zonas

en las que el campo ha sido considerado anómalo.

4. las técnicas de simulación condicional proporcionan una metodología adecuada para simular las diferentes escalas de variabilidad del medio geológico. Este enfoque es el adecuado cuando el tomograma es utilizado como una herramienta de cuantificación de heterogeneidades.

Caso de estudio: El granito Grimsel (Nagra, Suiza)

Análisis CTM

Aunque la metodología que aquí se propone es completamente general y puede ser aplicada tanto a medios sedimentarios como no sedimentarios, en esta sección mostramos como caso de estudio el análisis CTM del granito Grimsel (NAGRA, Suiza). Se trata de visualizar la estructura geológica de dicho macizo mediante medios no destructivos; especialmente interesa detectar la presencia de fallas e intrusiones, para estudiar la viabilidad de este medio geológico como futuro cementerio nuclear. La geometría del dispositivo de adquisición es rectangular (70_140)m_ y los datos provienen de una tomografía entre sondeos (tiro frontal) y de dos tiros laterales (entre un túnel de acceso y ambos sondeos). El

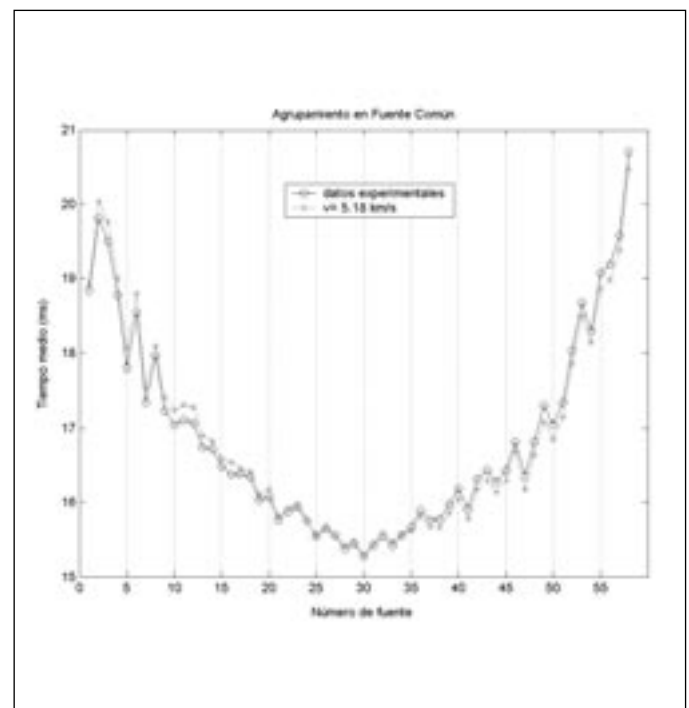


Fig. 5. Dispositivo de adquisición en el granito GRIMSEL
Fig. 5. Recording geometry for the GRIMSEL data set

⁶ Aunque haya sido inferida a posteriori.

número de fuentes es 58 y 60 el de receptores, siendo su espaciado aproximadamente de 2.5 metros (figura 5).

En la adquisición de datos se consignaron ciertos problemas, principalmente en los 30 primeros metros del sondeo que alberga la línea de receptores. Mediante estudios geológicos se determinó que el granito muestra una anisotropía elíptica transversal de dirección N30°W y ratio de anisotropía ν en torno

al 3%. Una inversión a ciegas de los datos de tiempos origina artefactos numéricos con presencia de anomalías de velocidades que fueron juzgadas irreales, pues mediante información a priori se conocía que las velocidades del macizo variaban entre 4.7 y 5.7 km/s. Además, el examen de los agrupamientos en fuente y en receptor común reveló que todos poseían la misma apariencia, lo cual complicaba aún más la detección de los tiempos anómalos. Para estudiar el

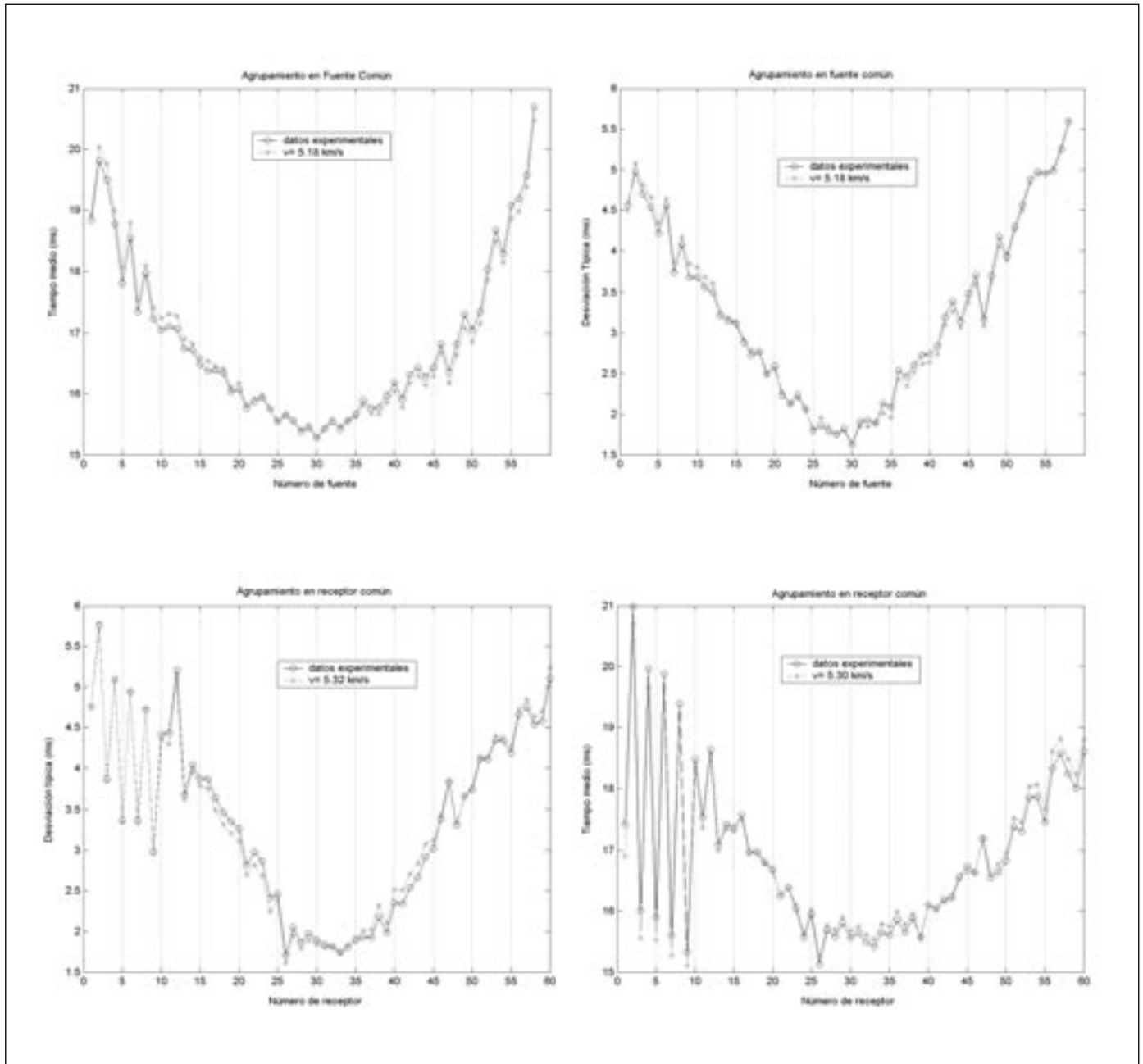


Fig. 6. Granito GRIMSEL. Análisis CTM en emisor y receptor común. Curvas unizonaes
 Fig. 6. GRIMSEL granite. Unizonal MTC analysis for the source and receiver gathers

origen de dichas anomalías de velocidad se utilizó el análisis CTM. El objetivo de este artículo no es mostrar un análisis exhaustivo de este macizo granítico (para lo cual sería necesario tratar individualmente cada conjunto de datos del dispositivo de adquisición), sino ilustrar la metodología utilizada. Por ejemplo, la figura 6 muestra las curvas de tiempos medios unizonales de dicho macizo para los agrupamientos en fuente y en receptor común, correspondientes al tiro frontal (entre sondeos).

Del examen de dichas curvas es posible extraer las siguientes conclusiones:

1. el granito Grimsel se comporta como un macizo homogéneo e isotrópico, siendo 5.18 km/s el modelo de velocidad deducido del ajuste de la curva de tiempos medios y 5.28-5.32 km/s el modelo de velocidad deducido de la curva de desviaciones típicas.
2. las oscilaciones bruscas presentes en los agrupamientos en receptor común 1 al 13, son debidas a una falta sistemática de datos y están relacionadas con problemas en la adquisición, lo que motivó una reducción notable del número de primeras llegadas, que en estos agrupamientos es menor (10 a 20) que la media del resto de posiciones de emisión-recepción (50). Dichos agrupamientos no caben ser considerados anómalos en principio, dado que el modelo teórico predice dichos tiempos medios.
3. un análisis zonal más fino muestra que en este tiro, los agrupamientos en fuente común 11 a 23 y los agrupamientos en receptor común 36 a 47, son responsables de la introducción en este tiro de anomalías de bajas velocidades en el tomograma (4.0 a 4.6 km/s).

Análisis geoestadístico de variables tomográficas

Modelización del campo de velocidades anisótropo. Estudio de la anisotropía

La variable regionalizada analizada es el campo de velocidades que resulta de resolver el problema inverso linealizado discreto en una malla rectangular de 26_53 celdas, cada una de las cuales posee una superficie de 3,1_3,1 m_. En este caso no se ha realizado ninguna corrección de anisotropía. Como vimos anteriormente al realizar el análisis de las curvas de tiempos medios, las anomalías de velocidades pueden estar relacionadas con soluciones espurias.

La figura 7 muestra el histograma y el test de normalidad de dicha variable regionalizada: la media (5.15 km/s) y la mediana (5.16 km/s) son cercanas y la

distribución es próxima a la normal. El test de normalidad muestra que las velocidades pueden ser consideradas normales (comportamiento rectilíneo) en el rango (4.7,5.6) km/s, siendo este intervalo consistente con los estudios geológicos realizados.

La figura 8-a muestra la superficie del variograma (análisis estructural) del campo de velocidades anisótropo. Puede observarse que el rango máximo (distancia de correlación espacial) tiene lugar en la dirección N30°- 45°W con respecto al norte ficticio indicado por la línea de receptores. Un análisis estructural más detallado muestra que la estructura geoestadística del campo de velocidades anisótropo es más compleja pues existe otra estructura de menor alcance en la dirección ortogonal a ésta. La figura 8-b muestra la superficie del variograma que se consigue con el modelo deducido en el análisis estructural.

Otra variable secundaria que hemos manejado para detectar la dirección de anisotropía son los errores en tiempos cometidos por el algoritmo isotrópico. La idea es la siguiente: dado que el medio es anisótropo el algoritmo cometerá mayores errores en la dirección de máxima anisotropía geofísica, por lo tanto ésta estará implícita en la estructura espacial de dicho campo. La figura 9 muestra los errores de tiempo cometidos por el algoritmo de inversión sin corrección de anisotropía, focalizando nuestro análisis en las zonas donde éste es mayor (fuentes y receptores 10 a 40).

La figura 10a muestra el variograma de superficie de la variable anterior. Los errores en tiempo muestran una mayor correlación en la dirección que une el receptor 10 con la fuente 14 que es aproximadamente N50°E. Un estudio estructural más detallado muestra como en el caso anterior, la existencia de una segunda estructura de menor alcance en la dirección ortogonal a ésta. La figura 10b muestra el variograma superficial obtenido con la estructura espacial que se deduce del análisis estructural de dicha variable regionalizada.

Una interpretación heurística de lo anteriormente visto puede ser la siguiente: si consideramos la velocidad máxima v_{max} de la anisotropía geofísica como un vector geométrico, ésta podría verse como la suma de las estructuras geoestadísticas detectadas anteriormente. Estas estructuras podrían correlarse con un sistema de fallas de dirección NW y de intrusiones ígneas de dirección NE aproximadamente ortogonales. Teniendo en cuenta este punto de vista, la estructura geoestadística del macizo anisótropo parece más complicada que la deducida mediante los estudios geofísicos.

Corrección de la anisotropía

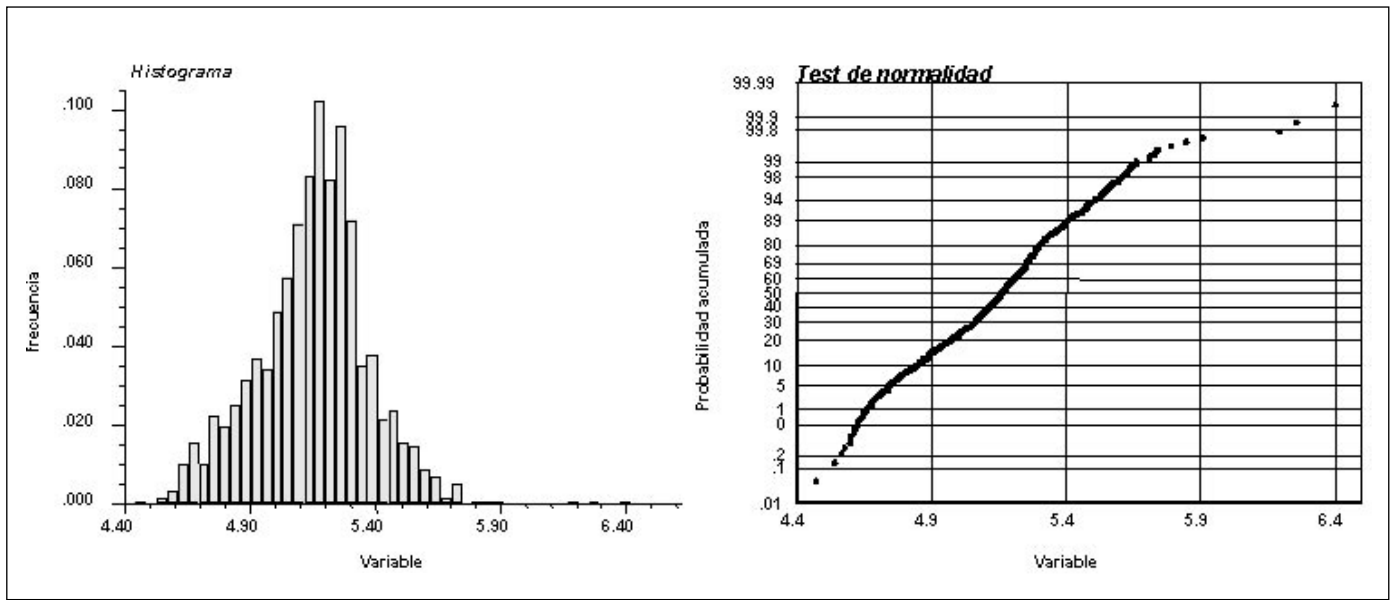


Fig. 7. Histograma (a) y gráfico de normalidad (b) del campo de velocidades anisótropo. Se observa que la distribución es próxima a la normal. El test gráfico de normalidad revela que el campo de velocidades es normal en el rango (4.7, 5.6 km/s) como por otra parte indican los estudios geológicos

Fig. 7. Histogram (a) and normality plot (b) of the anisotropic velocities. Inversion-generated velocities are in the range [4.48-6.40] km.s-1. The statistical distribution of velocity is close to a Gaussian distribution. The normality plot shows that velocities can be considered close to normal behavior in the range of [4.70-5.80] km.s-1. The same conclusion arises from geological studies

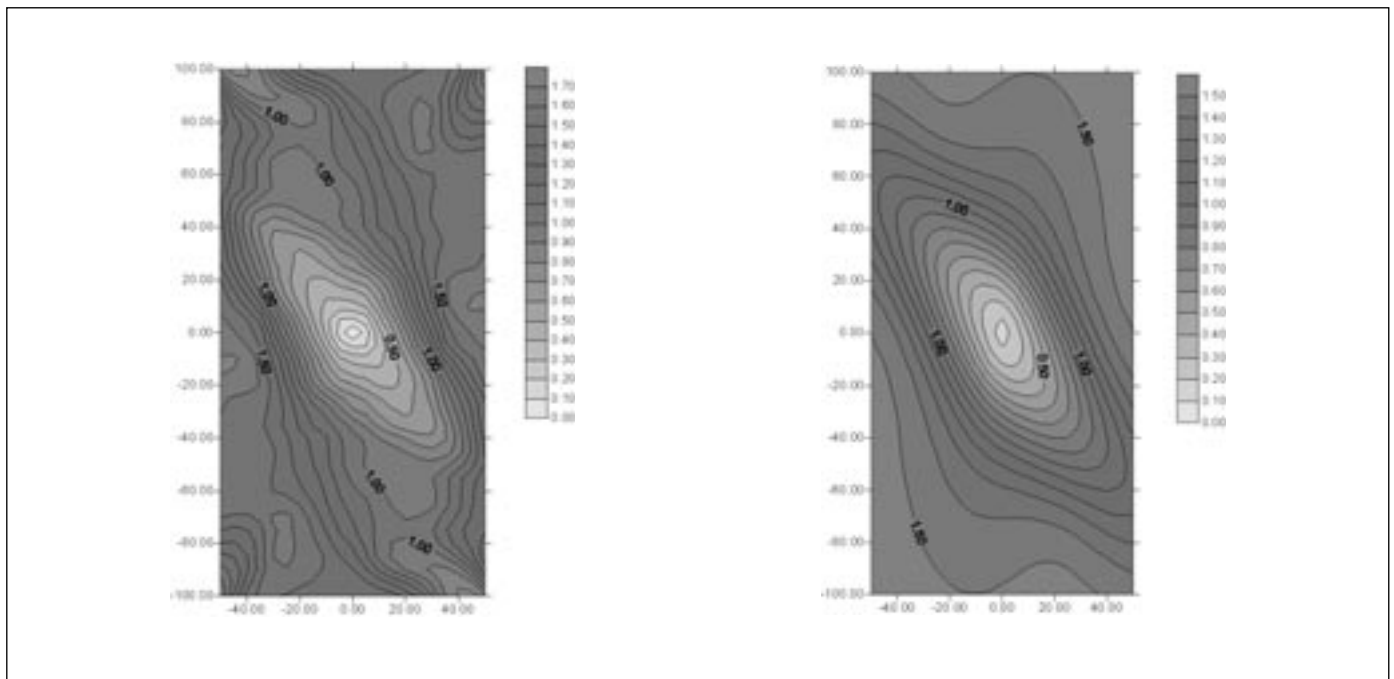


Fig. 8. Variograma de superficie de las velocidades anisótropas (a) y variograma superficial ajustado (b) con el modelo espacial deducido del análisis estructural. Puede observarse que la mayor correlación espacial tiene lugar en la dirección que forma 30-45° con la línea de receptores sin sentido antihorario

Fig. 8. Experimental (a) and modeled (b) variogram surface of the anisotropic velocity field. The maximum range occurs in the N30°-45°W direction

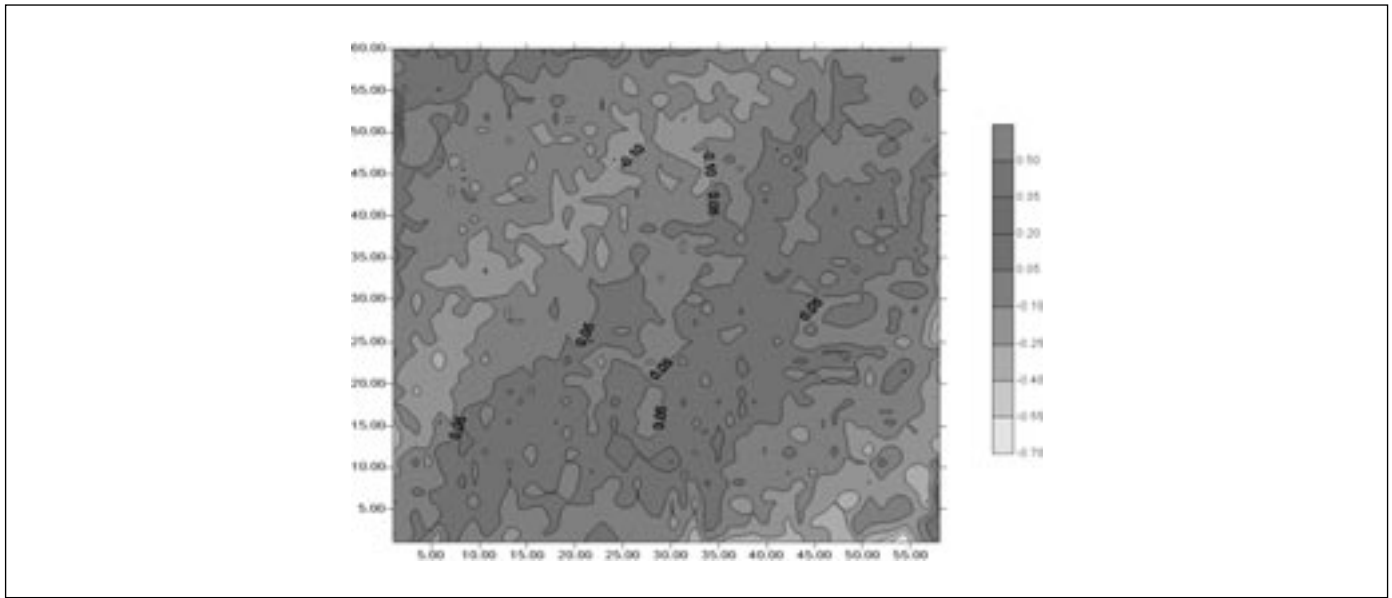


Fig. 9. Mapa de errores de ajuste de tiempos cometidos por el algoritmo de inversión (sin corrección de anisotropía) para las diferentes parejas de emisión-recepción. Los geofísicos interpretan dicho mapa y deducen la dirección de anisotropía elíptica del medio geológico. No obstante este proceso interpretativo no es nada obvio. La idea subyacente es que la anisotropía del macizo está implicada en la estructura espacial de este mapa

Fig. 9. Anisotropic travelttime error map. Modelers interpret this map and deduce the anisotropy direction. Nevertheless this modeling procedure is not obvious for an average geophysical user. The underlying idea in our methodology is that geophysical anisotropy is implicit in the spatial structure (covariance model) of the anisotropic R.V.

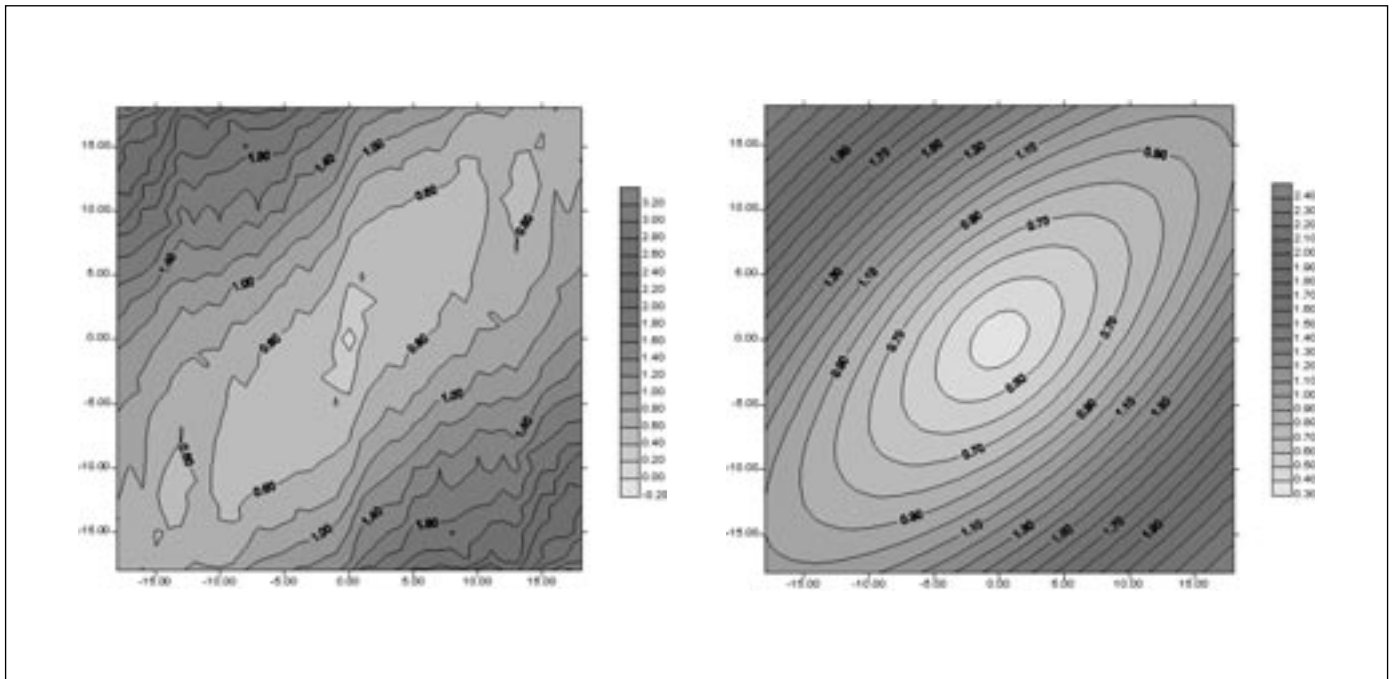


Fig. 10. Variograma de superficie experimental (a) y modelizado (b) de los errores en tiempo cometidos por el algoritmo de inversión sin corrección de anisotropía. La máxima correlación espacial coincide con la línea que une el receptor 10 con la fuente 14 (aproximadamente N50°E)

Fig. 10. Experimental (a) and modeled (b) variogram surface of the anisotropic travelttime errors. The maximum range (blue colors) occurs in the N50°E direction

Dado que el macizo es en realidad anisótropo, debe tenerse en cuenta ésta a la hora de realizar la inversión. Para ello hemos utilizado el algoritmo SIRT utilizando como información la dirección y ratio de anisotropía proporcionada por los estudios geofísicos. La pregunta ahora es la siguiente: ¿una vez realizada, ha funcionado adecuadamente dicha corrección?. La respuesta a esta pregunta no suele ser evidente. Los expertos geofísicos suelen valorar la existencia de estructuras en cruz en el campo de velocidades. Sin embargo este análisis es subjetivo y no suele ser sencillo de realizar. Otro criterio que se suele manejar a la hora de juzgar la exactitud de las correcciones realizadas es que el campo de errores en tiempo debe aparecer desestructurado, es decir, no poseer ninguna estructura espacial (ruido blanco).

En esta sección intentamos responder a esta respuesta por medio del análisis geoestadístico. Para ello hemos considerado las mismas variables que en el análisis anterior, es decir, el campo de velocidades supuestamente isótropo (una vez corregido) y los errores en tiempo cometidos por el algoritmo de inversión (figura 11).

La figura 12 muestra los variogramas superficiales de ambas variables. Puede observarse que en el pri-

mer caso (figura 12-a), la estructura es complicada y puede ser descrita como isótropa para alcances inferiores a 35 metros. Para mayores distancias existen otras estructuras que deben de ser consideradas anisótropas y que el algoritmo no puede corregir correctamente. Este análisis nos da pues una idea del rango espacial dentro del cual las correcciones han funcionado correctamente, lo cual confirma la complejidad del campo de velocidades comentada anteriormente. La figura 12-b muestra el mismo análisis para los errores en tiempo en las zonas donde éstos son importantes (fuentes y receptores del 20 al 60). Puede observarse que pese a la mejora introducida por la corrección, dicho campo sigue aún estructurado, lo que confirma la estructura compleja del campo de velocidades anisótropo deducida en el análisis geoestadístico.

Krigeado y simulación condicional del tomograma

En esta sección mostramos brevemente como utilizando técnicas geoestadísticas: krigeado ordinario, krigeado de variables indicadoras y simulación condicional gaussiana, es posible estimar el campo de

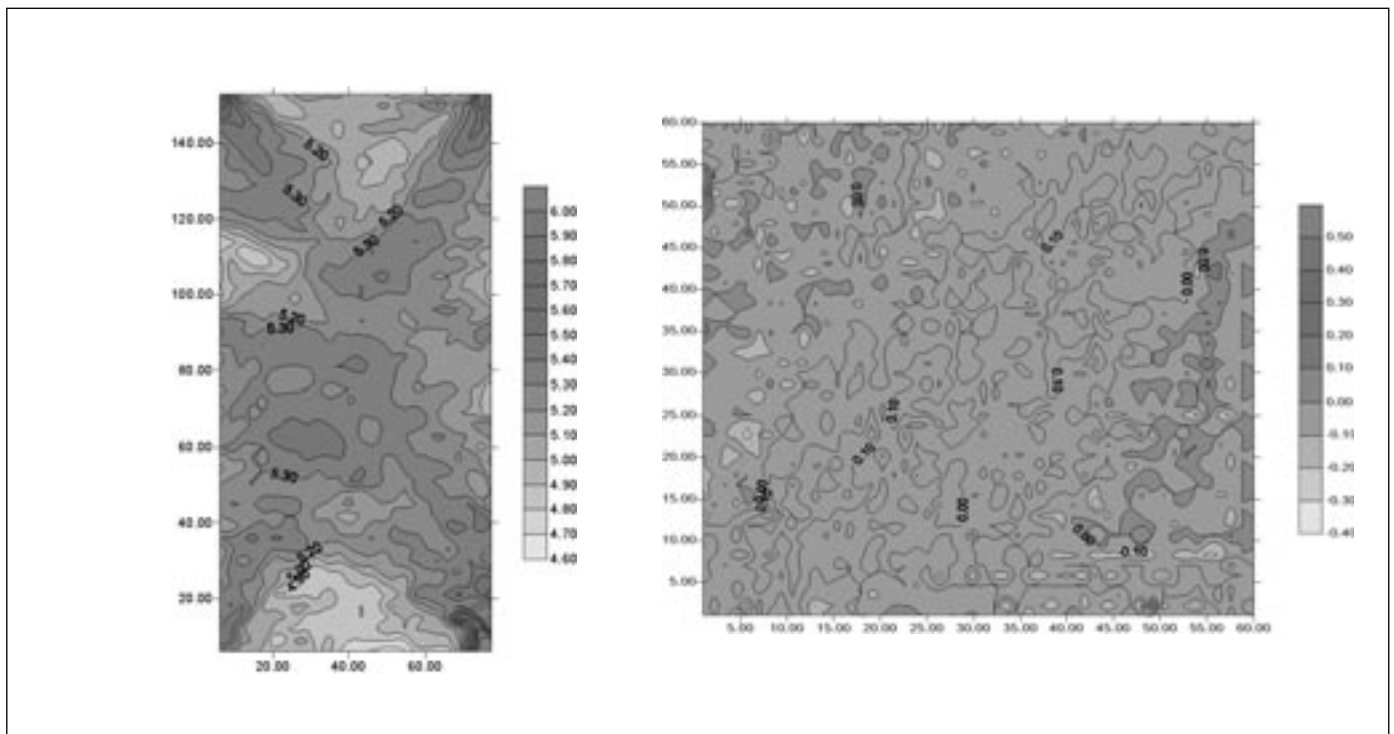


Fig. 11. Variables regionalizadas de estudio: campo de velocidades (a) y errores de predicción (b), procedentes de la resolución del problema inverso con corrección de la anisotropía

Fig. 11. *Isotropic regionalized variables: (a) velocity field (b) travelttime errors*

velocidades y la incertidumbre asociada al mismo y obtener diferentes simulaciones condicionales equiprobables de dicho tomograma en una malla más fina (2.5_2.5m_) que la utilizada para resolver el problema inverso.

La técnica de krigeado ordinario necesita en este caso de una anamorfosis de la variable regionalizada, dado que éste procedimiento es óptimo si la distribución multivariante es Gaussiana. El krigeado de variables indicadoras es una técnica no paramétrica interesante para estimar la incertidumbre asociada a la estimación del tomograma.

La figura 13a muestra el krigeado ordinario del campo de velocidades isotrópico obtenido con un modelo de variograma esférico de 35 metros de alcance (rango en el cual hemos visto que el campo de velocidades puede ser considerado isotrópico), una meseta de 0.91 y un efecto pepita de 0.10 deducidos del análisis estructural de dicha variable. Cuando se compara el resultado obtenido con la variable regionalizada original (figura 12a) se observa que el krigeado ordinario reconstruye perfectamente la forma del campo original de velocidades, actuando como un fil-

tro pasa baja. La figura 13b muestra la incertidumbre de dicha estimación obtenida por krigeado indicador para una ley de corte de 5 km/s, es decir, la probabilidad asociada a las anomalías de bajas velocidades del tomograma.

Una conclusión importante es que el krigeado filtra en cierto modo las anomalías del campo de velocidades (las suaviza), sin embargo no substituye a nuestro entender a un filtrado adecuado realizado previo al proceso de inversión. Esto se entiende pues los algoritmos geoestadísticos no crean información sino que mejoran su tratamiento. Dicho esto hay que recordar que la ley de comportamiento siempre reposa en los datos muestreados de la variable regionalizada.

Los resultados obtenidos pueden ser mejorados sensiblemente si se realiza un filtrado de los agrupamientos anómalos detectados mediante el análisis CTM: el campo de velocidades posee un mayor rango de correlación espacial en la dirección Norte-Sur.

Finalmente, la figura 14 muestra cuatro simulaciones condicionales gaussianas diferentes del tomograma mostrado en la figura 11-a. Todas las posibles

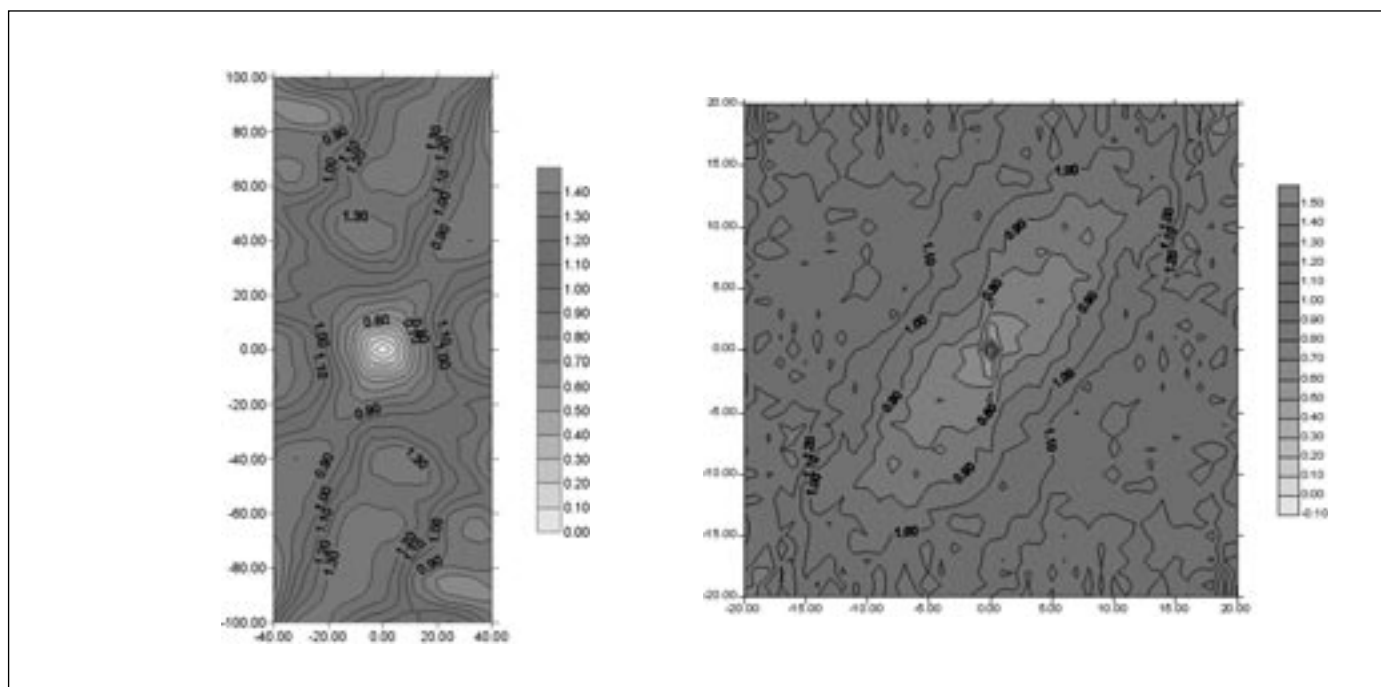


Fig. 12. Variogramas de superficie experimentales del campo de velocidades (a) y del error de predicción (b) isotrópicos, es decir, una vez incorporada la corrección de la anisotropía. El campo de velocidades puede ser considerado isotrópico en un rango de 35 metros. La estructura espacial del error de predicción ha mejorado después de la corrección, dado que aunque aún está estructurado, se asemeja más a un ruido blanco

Fig. 12. Experimental variogram surfaces of the isotropic R.V. An adequate anisotropic correction will cause the isotropic velocity field to show an isotropic covariance model and the travelttime errors to show up as white noise or at least as a notable decrease in terms of spatial correlation distance. In this case the velocity field can be considered isotropic in a range of 35 meters; travelttime errors still show a spatial correlation that has decreased to 5 meters (a pair of sources or receivers)

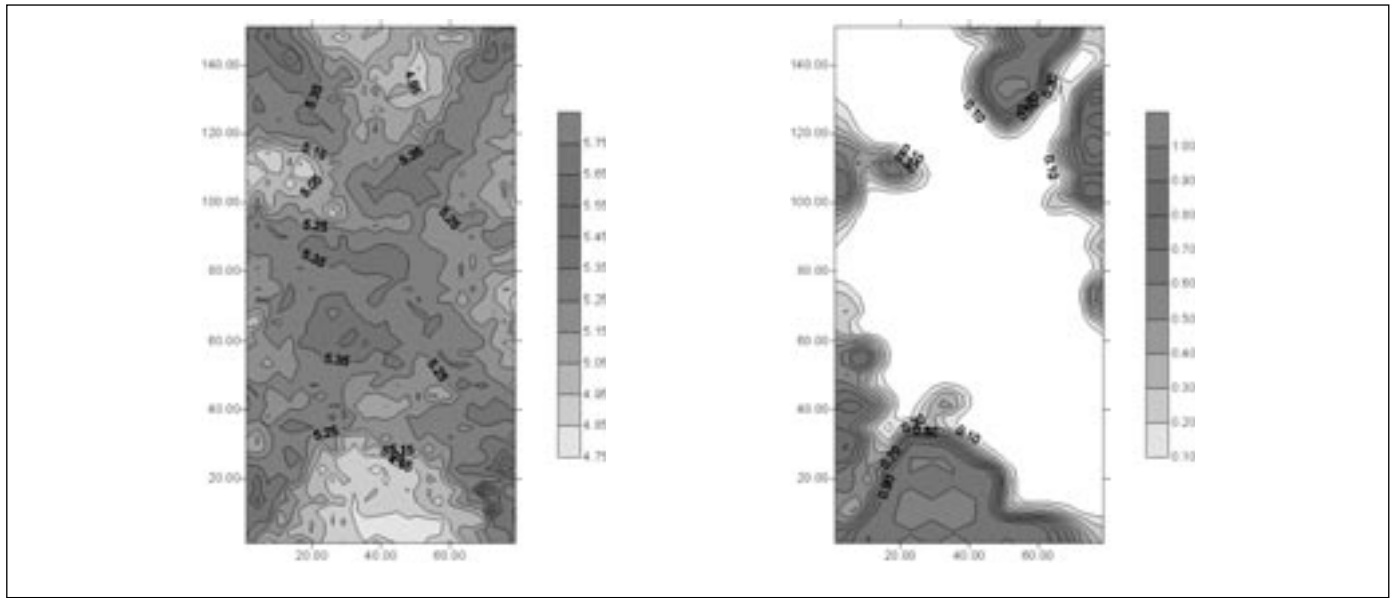


Fig. 13. a) Campo de velocidades estimado por krigeado ordinario en una malla de 2.5 m. b) Probabilidad de la estimación para una ley de corte de 5 km/s. En este caso hemos visualido las zonas de bajas velocidades y la probabilidad de que la velocidad del macizo esté por debajo de la ley de corte prefijada

Fig. 13. a) *Ordinary kriging of the isotropic velocity field in a 2.5m_2.5m grid.* (b) *Indicator kriging of the isotropic velocity field for a cutoff of 5.0 km.s-1. The areas with higher probability delimit in the tomogram the break zones*

simulaciones así obtenidas son equiprobables, pues poseen la misma estructura espacial y respetan el muestreo de la variable regionalizada. Dicho de otro modo, todas ellas pueden corresponder al macizo rocoso objeto de estudio. La técnica de análisis condicional sirve pues para detectar todas las posibles variabilidades del tomograma que han sido suavizadas por el método de krigeado. De hecho esta metodología se podría invertir, es decir, se podría seleccionar un conjunto significativo de simulaciones condicionales del macizo objeto de estudio, y examinar cuales producen los menores errores de ajuste en el problema inverso, cuando se adoptan éstas como modelo a priori de partida y sólo se realiza una iteración en el proceso de inversión. Este proceso, aunque costoso en tiempo, ayudaría a comprender, a acotar y por lo tanto a decidir cuales son las características estructurales del medio geológico objeto de estudio. Se potencia así el uso del ordenador como herramienta de análisis y simulación.

Análisis mediante ondículas de los tomogramas obtenidos (análisis TIO)

En esta sección exponemos algunos resultados previos de una línea de investigación que actualmente estamos desarrollando. Se trata del tratamiento con ondículas de los tomogramas obtenidos en la resolución del problema inverso, con el fin de poseer una

herramienta de ayuda a la interpretación de los mismos. A continuación describimos someramente la metodología adoptada sin entrar en los detalles matemáticos, dada su complejidad (Chui 1992, Meyer 1993).

Las ondículas son una generalización del análisis de Fourier y proporcionan un medio adecuado para realizar el análisis espacio-frecuencia de las señales digitales, dado que atomizan el plano tiempo-frecuencia de forma adecuada. Analicemos este punto un poco más en detalle. El análisis de Fourier como es sabido proporciona el contenido frecuencial de una señal, midiendo la similitud (por proyección) entre ésta y una serie de exponenciales complejas (armónicos). Sin embargo no aporta ninguna información sobre la situación espacial (o temporal) del contenido frecuencial. Para conseguir que dicho análisis se realice asimismo en el espacio han surgido históricamente las transformadas de Fourier con ventana. La transformada de Gabor constituye uno de estos ejemplos. La idea es definir unas funciones ventana de comparación de soporte compacto (acotado) donde se analiza el contenido frecuencial de la señal, es decir, se realiza un mallado del plano espacio-frecuencia. Un caso particular de este tipo de técnicas es la transformada de ondículas. Una ondícula no es más que una función ventana convenientemente elegida, dado que cumple los siguientes requisitos:

- posee un soporte compacto,
- su transformada de Fourier también es una fun-

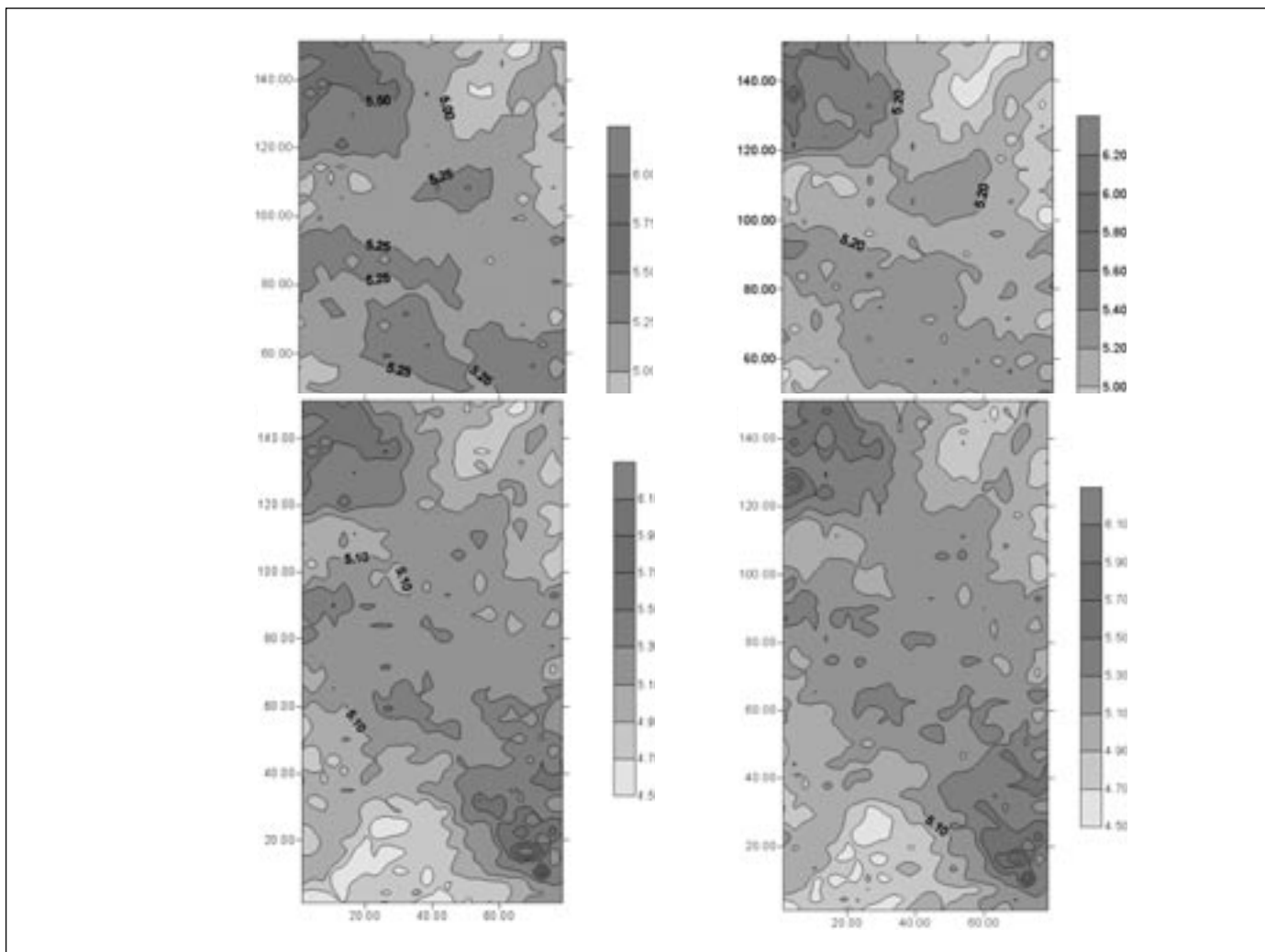


Fig. 14. Diferentes simulaciones condicionales del tomograma isótropo. Puede observarse como todas ellas comparten unos rasgos comunes (poseen igual estructura espacial y respetan el muestreo). Las distintas simulaciones sirven para delinear las variabilidades, a veces ocultas, en el campo obtenido mediante krigeado

Fig. 14. Four of the infinity equiprobable conditional simulations of the isotropic velocity field obtained via the sequential Gaussian simulation algorithm. The conditional simulation technique reproduces a similar spatial structure to the original isotropic velocity field and emphasizes the R.V. heterogeneities smoothed by the kriging estimator

- ción ventana de soporte compacto,
- depende de dos parámetros: el parámetro de escala a y el parámetro de traslación en espacio b . Ambos parámetros son importantes dado que sirven para contraer (o dilatar) y desplazar la ondícula.
- las ondículas dividen el plano espacio-frecuencia de modo adecuado, dado que para bajas frecuencias disminuye la resolución en tiempo y aumenta en frecuencias y para altas frecuencias la resolución en tiempo mejora, empeorando en frecuencias.

Fijado el parámetro de escala de la ondícula, que como hemos mencionado está relacionado con el

contenido frecuencial que queremos analizar, ésta se desplaza en el dominio espacial (como si se tratase de una lente microscópica), midiendo la similitud entre la señal y el patrón (la ondícula). Esta medida de similitud constituye la transformada de ondículas de la señal. Cabe mencionar una limitación intrínseca a éste tipo de técnicas que se conoce como el Principio de Incertidumbre o Desigualdad de Heisenberg: no es posible asegurar simultáneamente una buena definición en espacio (o tiempo) y en frecuencia.

Si la ondícula está convenientemente diseñada, en particular si posee un cierto número de momentos nulos, es posible la detección de singularidades de cierto orden en la imagen. Basta para ello fijar el

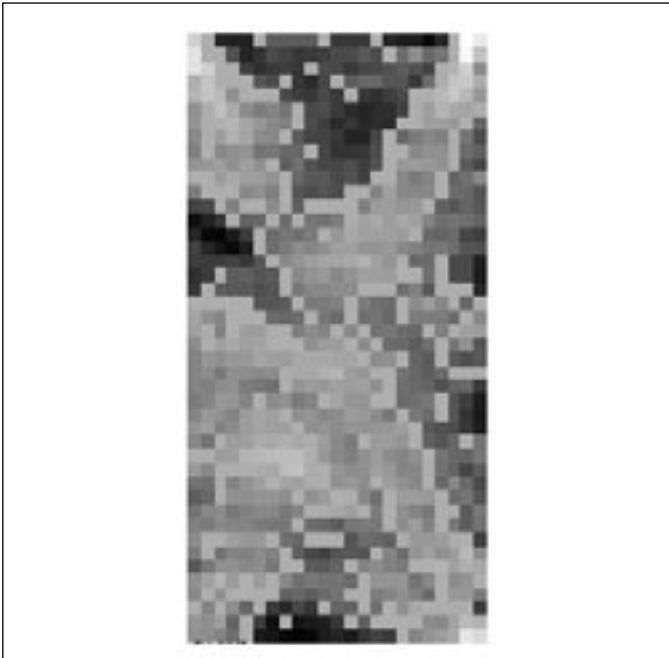


Fig. 15. Detección de discontinuidades mediante análisis TIO del tomograma isótropo
Fig. 15. Discontinuities detection in the isotropic tomogram using wavelets

orden de la singularidad que queremos estudiar, diseñar la ondícula con el número de momentos nulos adecuado, y estudiar donde la transformada de ondículas alcanza un máximo. Esto permite situar en la imagen el conjunto de pixels que no poseen la regularidad supuesta. En este caso nos interesan las discontinuidades que corresponden a cambios de material, fallas o intrusiones de tipo ígneo, con lo que para su estudio basta tomar ondículas con el primer momento nulo. También pueden ser interesantes discontinuidades en la derivada (dos momentos nulos) o en la curvatura (tres momentos nulos), aunque en nuestro caso la interpretación geológica de estas singularidades no es obvia.

El problema así planteado, cabe plantearse las siguientes cuestiones: ¿pueden correlarse las singularidades de orden cero del tomograma con el modelo geológico subyacente del macizo analizado?. ¿A que escala es conveniente realizar dicho análisis?. Para fijar el parámetro de escala, es decir, el mallado del plano tiempo-frecuencia, hemos utilizado la información aportada por la teoría geoestadística. Dado que los parámetros del tomograma están correlados en un entorno de 35 metros, nos interesa realizar el análisis a esta escala dado que es la preponderante en nuestra imagen (escala que depende obviamente del muestreo adoptado). Como la longitud característica del dominio geológico es 71.5 metros, el parámetro de escala adecuado a priori sería de 0.49. La figura 15 muestra las singularidades obtenidas en este

análisis. Puede observarse que el análisis TIO detecta perfectamente el cambio de litología y que también aparecen otras singularidades dispersas en el tomograma que podrían estar relacionadas con intrusiones ígneas de dirección paralela a ambos sondeos (bordes del tomograma). También puede observarse que las dos singularidades situadas en la parte central del tomograma no se conectan, es decir, existe un cambio litológico intermedio. El esclarecimiento de tal circunstancia es importante pues el modelo geológico propuesto postula una zona de falla central que atraviesa el macizo.

En definitiva y aunque el terreno de la interpretación implica una gran dosis de subjetividad, nos parece que el análisis TIO de los tomogramas puede constituir una herramienta de ayuda a la reflexión y a la interpretación de los mismos.

Agradecimientos

Quisiera agradecer a Carlos Fernández, profesor del Departamento de Matemáticas de la Universidad de Oviedo, y a Jesús Alonso su valiosa colaboración en el tratamiento de ondículas de los tomogramas, tema de investigación que aún continúa abierto. También a la empresa ENRESA, que financió originalmente el proyecto de investigación que posteriormente desembocó en la metodología aquí desarrollada.

Referencias

- Berryman, J.G. Lectures notes on non linear inversion and tomography borehole seismic tomography. Technical report, Lawrence Livermore National Laboratory, 1991.
- Bording, R.P.; Gersztenkorn, A.; Lines, L.R.; Scales, J.A. y Treitel, S. Applications of seismic traveltime tomography. *Geophysics J.R. astr. Soc.*, 90:285-303, 1987.
- Chui, C.K. An introduction to wavelets. Academic Press, 1992.
- Constable, S.C.; Parker, R.L. y Constable, G.C. Occam's inversion: A practical algorithm for generating smooth models from electromagnetic sounding data. *Geophysics*, 52:289-300, 1987.
- Dines, K.A. y Lytle, R.J. Computerized geophysical tomography. *Proceedings of IEEE*, 67-7(7):1065-1073, 1979.
- Dyer, B.C. y Fawcett, A. The use of tomographic imaging in mineral exploration. *Explor. Mining Geol.*, 3(4):383-387, 1994.
- Dyer, B.C. y Wallroth, T. Crosshole seismic imaging of a fractured reservoir. *First break*, 15.5:147-157, 1997.

- Dyer, B.C. y Worthington, M.H. Seismic reflection tomography: a case study. *First break*, 6(11):354-366, 1988.
- Dyer, B.C. y Worthington, M.H. Some sources of distortion in tomographic velocity images. *Geophysical Prosp.*, 36:209-222, 1988.
- Gordon, R. A tutorial on art. *IEEE Trans. on Nucl. Sci.*, NS-21:78-93, 1974.
- Hyndman, D.W. y Harris, J.M. Travelttime inversion for the geometry of aquifer lithologies. *Geophysics*, 61(6):1728-1737, 1996.
- Ivansson, S. A study of methods for tomographic velocity estimations in the presence of low-velocity zones. *Geophysics*, 50(6):969-988, 1985.
- Ivansson, S. Seismic borehole tomography. theory and computational methods. Volume74, pages 328-338. *IEEE*, 1986.
- Jackson, D.D. The use of a priori data to resolve non uniquenesses in linear inversion. *Geophys. J.R. astr. Soc.*, 57:137-157, 1979.
- Deustsch, C.V. y Journel, A.G. *GSLIB. Geostatistical Software Library and User's Guide*. Oxford University Press, 1992.
- Meyer, Y. *Wavelets. Algorithms and applications*. Siam, 1993.
- Pannatier, Y. *Variowin. Software for spatial data analysis in 2D*. Springer Verlag, 1996.
- Pratt, R.G. y Chapman, C.H. Travelttime tomography in anisotropic media application. *Geophysical Journal*, 109:20-37, 1992.
- Smith, J. y Dyer, B.C. Seismic tomography as a tool for monitoring condition of a concrete dam. In *Expanded Abstracts*, volume89, pages 289-293. Ground Engineering Group, 1990. Technical note 526.
- Tanabe, K. Projection method for solving a singular system. *Number. Math.*, 17:203-214, 1971.
- Tarantola, A. y Valette, B. Generalized non linear inverse problems solved using the least squares criterion. *Review of Geophysics and Space Physics*, 20(2):219-232, 1982.
- Tarantola, A. y Valette, B. Inverse problems = quest for information. *Journal of Geophysics*, 50:159-170, 1982.
- Worthington, M.H.; Mason, I.M. y Wheller, P.M. Application of seismic tomography in mineral exploration. In *Geophysical methods in the search for metalliferous mineral deposits*, volume92, pages 209-213. *Trans. Inst. Min. Metall- Sec. B*, 1983.

Recibido: Junio 2002

Aceptado: Diciembre 2002